

Адил Наурызбай
6D060100 – Математика мамандығы бойынша
философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін ұсынылған
диссертациясына

АҢДАТПА

Зерттеудің тақырыбы: Бөлшек ретті операторлы аралас парабола-гиперболалық теңдеу үшін шекаралық есептер.

Зерттеудің мақсаты: Диссертацияның негізгі мақсаты бөлшек ретті аралас параболалық-гиперболалық теңдеуі үшін жаңа локалді және локалді емес шеттік есептердің шешілу мәселелерін қою және зерттеу. Сипаттамалық және сипаттамалық емес шекаралары бар облыстарда тұжырымдалған есептердің регулярлы және күшті шешімдерінің бар болу шарттары мен жалғыздығын анықтау, сонымен қатар тиісті дифференциалдық операторлардың спектралді сипаттамаларын зерттеу. Бөлшек диффузиялық-толқындық теңдеу үшін Бицадзе-Самарский типіндегі шарттары мен локалді шарттары бар есептер үшін меншікті мәндердің немесе вольтеррліктің болуы, бір мәнді шешілуі туралы теоремалардың дәлелдеуін қамтамасыз ететін осы есептердің шарттарын табу.

Зерттеу міндеттері.

Бөлшек ретті диффузиялық-толқындық теңдеуі үшін Бицадзе-Самарский типті локалді емес шарттары бар есеп үшін:

– үш есептің вольтеррлігі, қойылымы және бірімәнді шешімділік мәселелерін зерттеу, олардың айрықша ерекшеліктерін анықтау.

➤ бірінші есеп жағдайында–аралас облыстың гиперболалық бөлігінде Бицадзе-Самарский шарты сипаттамалық шекарадағы ізделінді шешімнің жанама туындысының мәндерін қатаң түрде облыстың гиперболалық бөлігінде (сипаттамалық үшбұрышта) қандай да бір қисықтағы ізделінді функцияның бірдей сипаттамалық бағыты бойынша туындылармен нүктелей байланыстыру.

➤ екінші жағдайда–локалді емес шарт сипаттамалық шекарадағы ізделінді шешімнің жанама туындысының мәндерін қатаң түрде облыстың гиперболалық бөлігінде жатқан қандай да бір қисықтағы ізделінді функцияның басқа сипаттамалық бағытындағы туындылармен нүктелей байланыстыру.

➤ және үшінші жағдайда – классикалық емес шарт сипаттамалық шекарада және қатаң түрде облыстың гиперболалық бөлігінде қандай да бір қисықта ізделінді шешімнің жанама туындыларын нүктелей байланыстыру.

– шекаралары сипаттамалық және сипаттамалық емес облыстарда бөлшек ретті аралас параболалық-гиперболалық теңдеу үшін локалді және локалді емес есептердің бірімәнді шешімділігін анықтау және спектралді қасиеттерін зерттеу. Меншікті мәндердің бар болуы немесе зерттелетін

есептердің вольтеррлігі туралы есептер мен теоремалардың бірімәнді шешімділігін дәлелдеу.

Зерттеу әдістері. Зерттелетін локалді және локалді емес есептер (шешімділік мағынасында) интегралдық теңдеулерге немесе интегралды-функционалды теңдеулерге келтіріледі. Дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер теориясының әдістері, бөлшек дифференциалдық теңдеулер теориясы, гильберт кеңістігіндегі сызықтық операторлардың кеңею теориясы, функционалды теңдеулер теориясы, энергия интегралдары және априорлық бағалау әдістері қолданылады.

Бөлшек ретті аралас диффузиялық-толқындық теңдеу үшін локалді және локалді емес есептердің спектралді қасиеттерін зерттеуде Фурье әдісін (айнымалыларды ажырату) қолдануға жол бермейтін облыстарда сызықтық операторлардың спектралді теориясының әдістерін қолданылады, атап айтқанда интегралды операторлардың вольтеррлігі критерийлері, операторлық теңдеулердің оң шешімдерінің теориясы. Бұл әдістер локалді және локалді емес есептерді талдау үшін Соболев кеңістіктерімен және басқа функционалды кеңістіктермен сабақтаса қолданылады.

– **Қорғауға ұсынылған негізгі ережелер (дәлелденген ғылыми гипотезалар және жаңа білім болып табылатын басқа да қорытындылар).** Бөлшек ретті аралас параболалық-гиперболалық теңдеу үшін Бицадзе-Самара типіндегі локалді және локалді емес шарттары бар есептердің бір классы үшін спектралді қасиеттер және бірімәнді шешімділік мәселелері.

– Бөлшек ретті диффузиялық-толқындық теңдеуі үшін Бицадзе-Самарский типіндегі локалді емес шарттары бар үш есептің бірімәнді шешімділігі мен вольтеррлік мәселелері тұжырымдалып, зерттелді. Есептің қисындылығы мен вольтеррлігі үшін локалді емес шарт коэффициенті мен облыс ішінде жатқан қисық пен абсцисса осі арасындағы полярлық бұрыш арасындағы арақатынастың маңыздылығы.

– Сипаттамадан ауытқыған облыстарда бөлшек ретті аралас параболалық-гиперболалық теңдеулер үшін локалді және локалді емес есептердің шешімділігі мен спектралді қасиеттері зерттелуі.

– Облыстың сипаттамалық және сипаттамалық емес шекараларында қойылған есептердің регулярлы және күшті шешімділігі дәлелдемесі.

– Есептердің бірімәнді шешімділігі анықталды, меншікті мәндердің бар болуы немесе қарастырылған есептердің вольтеррлігі туралы теоремалар дәлелдемесі.

Зерттеудің негізгі нәтижелері.

Диссертациялық жұмыс сипаттамалық және сипаттамалық емес шекарасы бар облыстардағы Капуто мағынасында бөлшек дифференциалдау операторларымен аралас параболалық-гиперболалық бөлшек ретті теңдеуі үшін локалді және локалді емес есептердің бір мәнді шешімділігі мен спектралді қасиеттерін (вольтеррлікті) зерттеуге арналған.

– Бөлшек диффузиялық-толқындық теңдеу үшін есеп тұжырымдалды және зерттелді, мұнда аралас облыстың гиперболалық бөлігінде локалді емес шарты сипаттамада және сипаттамалық үшбұрыштың ішінде жатқан кез-келген қисықта ізделінді шешімнің бірдей сипаттамалық бағыты бойынша туындылардың мәндерін нүктелей байланыстырады. Зерттеліп жатқан есептің регулярлы және күшті шешімділігі, сонымен қатар вольтеррлігі дәлелденді.

– Бөлшек ретті аралас параболалық-гиперболалық теңдеу үшін Бицадзе-Самарский шартымен берілген есептің баламасының қисындылығы дәлелденген, мұнда локалді емес шарт аралас облыстың гиперболалық бөлігіндегі шекарадағы сипаттамасы мен облыс ішінде жататын кез келген қисық арасында ізделінді функцияның әртүрлі сипаттама бағыттарымен алынған туындыларын байланыстырады. Бұл есептің алдыңғы есептен айырмашылығы, оның қисындылығы мен вольтеррлігі үшін координата басындағы локалді емес шарттағы «қысу» коэффициенті мәні мен облыстың ішінде жататын қисық пен абсцисса осі арасындағы полярлық бұрыш арасындағы арақатынастың маңыздылығы көрсетілген.

– Диффузиялық-толқындық теңдеудің классикалық емес есебі тұжырымдалған, оның айрықша ерекшелігі – аралас облыстың гиперболалық бөлігінде Бицадзе-Самарский шарты сипаттамалық шекарада ізделінді шешімнің жанама туындыларын және қатаң түрде облыстың ішінде жатқан кез-келген қисықты нүктелей байланыстырады. Бұл есептің бір мәнді шешімділігі мен вольтеррлігі облыстың геометриялық сипаттамаларына және координаталар басындағы локалді емес шартымен «қысу» коэффициентіне айтарлықтай тәуелді екендігі анықталды.

– Сипаттамадан ауытқуы бар облыстағы бөлшек ретті аралас параболалық-гиперболалық теңдеу үшін екі локалді шеттік есептердің бір мәнді регулярлы және күшті шешімділігі анықталды. Қарастырылып отырған есептердің меншікті мәндерінің бар болуы немесе вольтеррлігі туралы теоремалар дәлелденді. Айта кету керек, ең қызықтысы-бұл есептерде сипаттамалық шекара болмаған кезде, есептердің меншікті мәндерінің болуы немесе вольтеррлігі шекараның гиперболалық бөлігінің сипаттамалық емес қисығында берілген ізделінді функцияның туындысының бағытына байланысты.

Алынған нәтижелердің жаңалығы мен маңыздылығын негіздеу.

Алғашқы үш нәтиженің жаңалығының негіздемесі – локалді емес есептердің қойылымы және Капуто мағынасындағы бөлшек дифференциалдау операторымен аралас параболалық-гиперболалық теңдеу үшін есептердің шешімділігі мен вольтеррлігі мәселелерін зерттеу.

Соңғы нәтиженің жаңалығы мынада бөлшек диффузиялық-толқындық теңдеу үшін локалді есептің меншікті мәнінің бар болуы туралы теорема, біздің ойымызша, алғаш рет дәлелденген.

Жоғарыда келтірілген барлық жаңа нәтижелер бұрын белгілі ғалымдар алған нәтижелер негізінде зерттеу жұмысында келтірілген қатаң математикалық дәлелдер арқылы алынды, сондай-ақ жұмыс нәтижелерінің

сенімділігі мен жаңалығы олардың Web of Science Core Collection және Scopus халықаралық базаларына кіретін рейтингтік рецензияланған басылымдарда жариялануымен расталады және Еуропаның жетекші ғылыми орталықтары мен халықаралық ғылыми форумдарда жұмыс нәтижелері апробациядан өткізілді.

Ғылыми даму бағыттарына немесе мемлекеттік бағдарламаларға сәйкестігі:

Диссертациялық жұмыс «Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті» КЕАҚ жанындағы Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігі Ғылым комитетінің 2021-2023 жылдарға арналған ғылыми және (немесе) ғылыми-техникалық жобалар бойынша жас ғалымдардың іргелі және қолданбалы ғылыми зерттеулерін гранттық қаржыландыру бағдарламасы аясында «Математикалық физиканың классикалық емес теңдеулері үшін шеттік есептердің қисындылығын зерттеу» тақырыбында орындалды (IRN № AP09058677).

Докторанттың әрбір жарияланымды дайындауға қосқан үлесінің сипаттамасы (жарияланымның жалпы көлемінен диссертация авторының пайызбен өлшенген үлесі көрсетілген):

Диссертация тақырыбы бойынша барлығы 7 ғылыми жұмыс жарық көрді, оның ішінде 2 – Scopus және Web of Science базаларына енген жоғары рейтингтік шетел басылымдарында және 5 халықаралық конференция материалдарында жарияланған.

– Adil N., Berdyshev A.S., Eshmatov B.E., Baishemirov Zh.D. Solvability and Volterra property of nonlocal problems for mixed fractional-order diffusion-wave equation // *Boundary Value Problems*. – 2023. – No. 47 (2023). – P. 1-29. (Percentile-84, IF -1,793, Quartile – Q1) DOI: 10.1186/s13661-023-01764-9; 65%

– Adil N., Berdyshev A.S. Spectral properties of local and nonlocal problems for the diffusion-wave equation of fractional order // *Bulletin of the Karaganda University. Mathematics series*. – 2023. – №2 (110). – P. 4-20. (Percentile-35, IF -0,6, Quartile – Q3) DOI: 10.31489/2023M2/4-20; 80%

– Бердышев А.С., Адил Н. О существовании собственных значений задачи с условиями Бицадзе-Самарского для смешанного парабола-гиперболического уравнения // *Материалы Международной конференции «Современные методы теории краевых задач» воронежской весенней математической школы Понтрягинские чтения – XXX. 3-9 мамыр 2019 ж., Воронеж*. – Б. 59-60.

– Адил Н., Бердышев А.С., Эшматов Б.Э. Разрешимость нелокальной задачи для волнового уравнения дробного порядка // *Тезисы докладов международной научной конференции «Uzbekistan-Malaysia International Conference «Computational Models and Technologies (CMT2022)»*. 16-17 қыркүйек, 2022 ж., Ташкент. – Б. 148.

– Адил Н., Бердышев А.С., Эшматов Б. Задача с нелокальными условиями с производными по одинаковому характеристическим

направлением для диффузионно-гиперболического уравнения // Тезисы докладов международной научной конференции «Неклассические уравнения математической физики и их приложения». 6-8 казан, 2022ж., Ташкент. – Б. 65-66.

– Адил Н., Бердышев А.С. Спектральные свойства задач с условиями Бицадзе-Самарского для диффузионно-волнового уравнения дробного порядка // Тезисы докладов VII Всемирного Конгресса математиков тюркского мира (TWMS Congress-2023). 20-23 қыркүйек, 2023 ж., Туркестан. – Б. 156.

– Адил Н., Бердышев А.С., Эшматов Б. Вопросы разрешимости и спектральные свойства нелокальных задач для диффузионно-волнового уравнения дробного порядка // Тезисы докладов международной научной конференции «Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения». I бөлім. – 23-25 қараша, 2023 ж., Ташкент. – Б. 327-327