М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті

ӘОЖ 51:37.016(071.2) Қолжазба құқығында

АЛТЫНБЕКОВ ШАДИЯР ЕРКІНБЕКОВИЧ

Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын олимпиадалық есептерді шығару негізінде қалыптастыру әдістемесі

8D01510 - Математика

Философия докторы (PhD)
дәрежесін алу үшін дайындалған диссертация

Отандық ғылыми кеңесші:
физика-математика ғылымдарының
докторы, профессор
Аширбаев Н.К.

Шетелдік ғылыми кеңесші:
педагогика ғылымдарының
докторы, профессор Утеева Р.А.
(Ресей Федерациясы)

Қазақстан Республикасы
Шымкент, 2024

МАЗМҰНЫ

НОРМАТИВТІК СІЛТЕМЕЛЕР 3
БЕЛГІЛЕУЛЕР МЕН ҚЫСҚАРТУЛАР 4
КІРІСПЕ 5
1 БОЛАШАҚ МАТЕМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІНІҢ ЗЕРТТЕУШІЛІК ДАҒДЫЛАРЫН ОЛИМПИАДАЛЫҚ ЕСЕПТЕР АРҚЫЛЫ ҚАЛЫПТАСТЫРУДЫҢ ӘДІСТЕМЕЛІК НЕГІЗДЕРІ 13
1.1 Жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін дайындаудың қазіргі жағдайы 13
1.2 Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру ерекшеліктері 27
1.3 Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудағы олимпиадалық есептердің рөлі мен орны 50
Бірінші бөлім бойынша қорытынды 63
2 БОЛАШАҚ МАТЕМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІНІҢ ЗЕРТТЕУШІЛІК ДАҒДЫЛАРЫН ОЛИМПИАДАЛЫҚ ЕСЕПТЕР АРҚЫЛЫ ҚАЛЫПТАСТЫРУ ӘДІСТЕМЕСІ 65
2.1 Болашақ математика мұғалімдеріне «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту әдістемесі 65
2.2 Олимпиадалық есептерді шығаруды үйрету – болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру құралы ... 103
2.3 Педагогикалық эксперимент және оның нәтижелері 142
Екінші бөлім бойынша қорытынды 152
ҚОРЫТЫНДЫ 155
ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ 157
ҚОСЫМША А «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнінің оқу бағдарламасы» 168
ҚОСЫМША Ә Студенттерге арналған сауалнама және оның нәтижелері 169
ҚОСЫМША Б №1 және №2 аралық бақылауға арналған тапсырмалар 176
ҚОСЫМША В Оқу процесіне енгізу актілері 178

НОРМАТИВТІК СІЛТЕМЕЛЕР

Диссертациялық жұмыста келесі нормативті құжаттарға сілтемелер қолданылған:

1 «Білім туралы» Қазақстан Республикасының 2007 жылғы 27 шілдедегі № 319 Заңы (ҚР 10.07.2023 № 19-VIII Заңымен өзгерістер мен толықтырулар енгізілген). https://adilet.zan.kz/kaz/docs/Z070000319_

2 «Білімді ұлт» сапалы білім беру ұлттық жобасын бекіту туралы» Қазақстан Республикасы Үкіметінің 2021 жылғы 12 қазандағы № 726 қаулысы. https://adilet.zan.kz/kaz/docs/P2100000726

3 «Қазақстан Республикасында жоғары білімді және ғылымды дамытудың 2023-2029 жылдарға арналған тұжырымдамасын бекіту туралы» Қазақстан Республикасы Үкіметінің 2023 жылғы 28 наурыздағы № 248 қаулысы. https://adilet.zan.kz/kaz/docs/P2300000248

4 «Мектепке дейінгі тәрбие мен оқытудың, бастауыш, негізгі орта, жалпы орта, техникалық және кәсіптік, орта білімнен кейінгі білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарттарын бекіту туралы» Қазақстан Республикасы Оқу-ағарту министрінің 2022 жылғы 3 тамыздағы № 348 бұйрығы (ҚР Оқу-ағарту министрінің 23.09.2022ж. №406 бұйрығымен өзгерістер енгізілген). https://adilet.zan.kz/kaz/docs/V2200029031

5 «Жоғары және жоғары оқу орнынан кейінгі білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарттарын бекіту туралы» Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрінің 2022 жылғы 20 шілдедегі № 2 бұйрығы. https://adilet.zan.kz/kaz/docs/V2200028916

6 «Жалпы білім беру ұйымдарына арналған жалпы білім беретін пәндердің, бастауыш, негізгі орта және жалпы орта білім деңгейлерінің таңдау курстарының үлгілік оқу бағдарламаларын бекіту туралы» Қазақстан Республикасы Оқу-ағарту министрінің 2022 жылғы 16 қыркүйектегі № 399 бұйрығы. https://adilet.zan.kz/kaz/docs/V2200029767

БЕЛГІЛЕУ МЕН ҚЫСҚАРТУЛАР

ҚР	–	Қазақстан Республикасы
ҚР БҒМ	–	Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігі
ҚР ОАМ	–	Қазақстан Республикасы Оқу-ағарту министрлігі
ҚР ҒЖБМ	–	Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігі
ҚР ҒЖБМ ҒЖБССҚК	–	Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым және жоғары білім саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитеті
МЖМБС	–	мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандарты
ЖОО	–	жоғары оқу орны
М.Әуезов атындағы ОҚУ	–	М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті
ОҚМПУ	–	Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық университеті
ЖББМ	–	жалпы білім беретін мектептер
ҮОЖ	–	үлгілік оқу жоспары
ҮОБ	–	үлгілік оқу бағдарламасы
МОӘ	–	математиканы оқыту әдістемесі
АКТ	–	ақпараттық-коммуникациялық технологиялар
СТО	–	сын тұрғысынан ойлау
ҰМЖ	–	ұзақ мерзімді жоспар
ОМЖ	–	орта мерзімді жоспар
ҚМЖ	–	қысқа мерзімді жоспар
ҚБ	–	қалыптастырушы бағалау
ЖБ	–	жиынтық бағалау
ЭТ	–	эксперименттік топ
БТ	–	бақылау тобы

КІРІСПЕ

Зерттеудің өзектілігі. Заманауи білім беру саясатының негізгі міндеті – оның іргелілігін сақтай отырып, тұлғаның, қоғамның және мемлекеттің сұраныстарына сәйкес сапалы біліммен қамтамасыз ету [1-3].

Еліміздегі орта білім берудің әртүрлі типті ұйымдарында білім беруді жаңғырту оқу бағдарламасымен анықталған білім көлемін меңгерту ғана емес, жеке тұлғаның, оның танымдық және шығармашылық қабілеттерін дамытуға бағытталуын қалайды.

Орта білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарттарында да білім берудің негізгі міндеттерінің бірі – оқушылардың оқу, жобалау, зерттеушілік іс-әрекеттерін жүзеге асыру дағдыларын, сын тұрғысынан және шығармашылық ойлау дағдыларын қалыптастыру мен дамыту болып табылады [4].

Қазіргі заманғы мектепте математикалық білім берудің негізгі мақсаты – математикалық базалық білім беру, математикалық сауаттылықты дамыту, оқушыларды математикадан алған білімдерін қоғамда өз орындарын табу, білімін одан әрі тереңдету үшін олимпиадалық есептерді шығаруда қолдана білуге үйрету [5].

Олимпиадалық есептерді шығаруды үйретудің дұрыс ұйымдастырылған әдістемесі олардың математикалық білім деңгейлері артуын, шығармашылық ойлау қабілеті мен зерттеушілік дағдыларының қалыптасуы мен дамуын, сонымен қатар, әртүрлі математикалық конкурстар мен олимпиадаларға қатысып, жетістіктерге жетуін қамтамасыз етеді. Алайда, қазіргі уақытта жалпы білім беретін мектептердің мұғалімдері үйірме сабақтары мен математикалық олимпиадаларды ұйымдастыру мен өткізуде дарынды оқушылармен жұмыс істеуге арналған заманауи әдістемелік әдебиеттердің тапшылығын сезінуде.

Математикалық олимпиадалардағы есептердің деңгейі жалпы білім беретін мектептерде оқушылардың оқитындарынан айтарлықтай жоғары. Олимпиадаға дайындауға арналған қолданыстағы оқу-әдістемелік әдебиеттерде де жалпы білім беретін мектептердегі оқушылардың дайындық деңгейі толық ескерілмейді.

Мектеп мұғалімдері оқушыларды өз тәжірибесі мен көзқарастарына сүйене отырып, теориялық негізсіз эмпирикалық деңгейде олимпиадаға дайындап жүр. Сондықтан математиканы оқытуда «оқушыларды олимпиадалық есептерді шығаруға қалай үйрету керек?» деген күрделі сұрақтардың бірі болып отыр.

Көрсетілген міндеттерді іске асыру мен сұраққа жауап беру математиканы оқыту процесін ұйымдастыруға, оқыту әдістері мен құралдарын қолдануға және болашақ математика мұғалімінің дайындығына жаңа талаптар қояды.

Болашақ мұғалімдердің кәсіби дайындау процесі жоғары білім беру бағдарламасын жаңарту тұрғысынан қарағанда жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімінің әдістемелік дайындығын жетілдіруді талап етеді.

Әдістемелік дайындық тиімді болуы үшін студенттерді болашақ кәсіби қызметінің негізгі түрлерімен таныстыруға және оларды жүзеге асыруға бағытталған жұмыстар жүргізілуі тиіс.

Мектеп математика курсы бойынша дайындық деңгейінің жоғары болуы, математикалық ұғымдар мен түсініктерді терең меңгеруі, тұжырымдардың негіздемелері мен дәлелдеулерін білуі, олимпиадалық есептерді шығара білуі болашақ математика мұғалімінің әдістемелік дайындығының қажетті шарты болып табылады.

Дегенмен, қазіргі жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін дайындау жүйесінде олимпиадалық есептерді шығаруға үйретуге жеткілікті деңгейде көңіл бөлмей отыр. Болашақ математика мұғалімдерін дайындау процесінде теория мен стандартты есептерге көп көңіл аударылып, мектеп математика курсының олимпиадалық есептерін шығаруға үйрету жеткілікті деңгейде қарастырыла бермейді. Нәтижесінде студенттердің-болашақ мұғалімдердің математикадан алған білімдері мен дағдыларын қолдануы жеткілікті деңгейде емес. Сонымен қатар, жас мамандар-математика мұғалімдерінің айтарлықтай бөлігі оқушыларды олимпиадалық есептерді шығаруға үйретудің мазмұны мен ұйымдастыру формасын меңгермеген: олимпиадалық есептердің түрлері мен оларды шығару әдістері бойынша білімі төмен, оқушылардың олимпиадалық есептерді шығару кезіндегі ойлау қызметін ұйымдастырудың тәсілдерін қолдануға негізделген зерттеушілік дағдылары қалыптаспағандығын көрсетеді. Бұдан математикадан олимпиадалық есептер және оларды шығаруға үйрету әдістемесі жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерінің әдістемелік дайындығын жетілдіру мен зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру факторы екенін айқындайды.

Соңғы екі онжылдықтың ішінде педагогика, психология, дидактика және математиканы оқыту әдістемесінде есептер теориясы бойынша көптеген мәселелер зерттелді. Д. Пойа [6], Г.А. Балл [7], А.М. Матюшкин [8], Л.Л. Гурова [9], Ю.М. Колягин [10], Л.М. Фридман [11], В.И. Крупич [12], Е.Н. Турецкий [13], Б.Б. Баймуханов [14], А.Е. Әбілқасымова, Е.А. Тұяқов [15], Л.Т. Искакова [16], М.А. Керимбеков [17], А.А. Папышев [18] және басқалары осы теорияның дамуына өз үлестерін қосты. Аталған ғалымдардың зерттеу жұмыстарында математикалық есептерді шығаруға үйрету әдістемесі бойынша көптеген мәселелер қойылып, шешімін тапқан.

Қазақстанда математикалық білім беруді дамыту, математика мұғалімінің кәсіби-әдістемелік дайындығын, оның кәсіби-педагогикалық, ғылыми-теориялық және практикалық бағыттылығын, студенттердің зерттеушілк дағдыларын қалыптастыру мәселесіне көптеген ғалымдар, яғни А.Е. Әбілқасымова [19], Д. Рахымбек [20], М.Е. Есмұхан [21], А.К. Қағазбаева [22], Г.А. Баймадиева [23], А.М. Мүбараков [24], Е.Ж. Смагулов [25] және басқалары өз үлестерін қосты.

Білім алушыларды стандартты емес және олимпиадалық есептерді шығаруға баулу бойынша И.И. Буслаева [26], А.Н. Афанасьев [27], С.Ф.

Митенева [28], Г.И. Алексеева [29], А.К. Қарабаев [30], Л.Д. Жұмалиева [31], А.К. Ардабаеваның [32] және т.б. зерттеу жұмыстары арналған.

Жоғарыда аталған және тағы басқадай көптеген зерттеулер мектеп оқушыларын математикалық есептерді шығаруға үйрету әдістемесіне бағытталып, оларды оқытатын мұғалімдерді дайындау назардан тыс қалып қояды. Диагностикалық зерттеулер жоғары оқу орындарындағы студенттер-болашақ математика мұғалімдерінің олимпиадалық есептерді шығарудың әдістерін меңгеруі жеткіліксіз екенін көрсетті [33].

Мектеп және жоғары оқу орындарының математика мұғалімдерінің жұмысына жасалған талдаулар білім алушылардың олимпиадалық есептерді шығару процесі әрқашан оларды есеп шығаруға үйрету құралы болып табыла бермейтінін көрсетті. Көп жағдайда мұғалімдер мен оқушылар шығарып отырған есептің сұрағына жауап іздеумен ғана шектеліп қалады.

Сонымен қатар, психологиялық-педагогикалық және ғылыми-әдістемелік әдебиеттерге, жоғары оқу орындарында математика мұғалімдерін дайындауға арналған білім беру бағдарламалары мен оқытушылардың жұмыс тәжірибелеріне жасалған талдаулар базалық және кәсіби пәндер циклінде гі арнайы математикалық және әдістемелік пәндерді оқыту барысында болашақ математика мұғалімдерінің әдістемелік дайындығы мен зерттеушілік дағдыларын мектеп математика курсының олимпиадалық есептерін шығаруға үйрету арқылы қалыптастыру жеткілікті түрде зерттелмей отырғанын көрсетті. Математикадан олимпиадалық есептерді шығару – болашақ математика мұғалімін дайындауда және зерттеушілік дағдыларын қалыптастыруда маңызды құралдардың бірі болғандықтан, болашақ мұғалімдерді олимпиадалық есептер шығаруға үйретуге дайындау мәселесі өзекті болып табылады.

Сонымен, қазіргі таңда осы айтылған мәселелерден және жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерінің дайындығын кәсіби-әдістемелік қамтамасыз ету мен оларды олимпиадалық есептерді шығаруға баулу негізінде зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың тиімді әдістемесінің жеткіліксіз екендігінен біздің зерттеу жұмысымыздың өзектілігі туындайды.

Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын мектеп математика курсының және математикалық пәндерді оқытуда олимпиадалық есептерін шығаруға үйрету негізінде қалыптастыру жолдарын іздеу **зерттеу жұмысымыздың мәселесін** анықтайды.

Жоғарыда айтылғандарға байланысты біз зерттеу тақырыбын «Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын олимпиадалық есептерді шығару негізінде қалыптастыру әдістемесі» деп анықтадық.

Зерттеу жұмысының мақсаты: Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын олимпиадалық есептерді шығаруға үйрету негізінде қалыптастыру әдістемесін жасау және оны тәжірибе жүзінде іске асыру.

Зерттеу нысаны – жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін дайындау процесі.

Зерттеу пәні – болашақ математика мұғалімдеріне олимпиадалық есептерді шығаруды үйрету негізінде зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру әдістемесі.

Зерттеудің ғылыми болжамы: егер жоғары оқу орындарында студенттердің – болашақ математика мұғалімдерінің әдістемелік дайындығын олимпиадалық есептерді шығаруға баулу негізінде жетілдіретін болсақ, онда олардың зерттеушілік дағдылары қалыптасып, кәсіби дайындығының сапасы артады, өйткені олимпиадалық есептерді шығару шығармашылық және логикалық ойлау қабілеттерін қажет етеді.

Аталған мақсатқа қол жеткізу үшін келесі **зерттеу міндеттері** айқындалды:

1) жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін әдістемелік дайындаудың қазіргі жағдайы мен зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру мәселелерін зерделеу;

2) болашақ математика мұғалімдерін дайындаудағы олимпиадалық есептердің орны мен маңыздылығын, олимпиадалық есептерді шығаруды үйретудің әдістемелік негіздерін айқындау;

3) «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәні мен математикалық пәндерді оқыту барысында олимпиадалық есептер арқылы студенттердің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру әдістемесін жасау;

4) болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын олимпиадалық есептерді шығаруға үйрету негізінде қалыптастыру әдістемесінің тиімділігін педагогикалық эксперимент жүзінде тексеру және оның нәтижелерін көрсету.

Зерттеу әдістері:

- жоғары оқу орындарында болашақ мұғалімдерді дайындауға қатысты МЖМБС және зерттеу тақырыбы бойынша диссертациялық жұмыстарды, ғылыми-әдістемелік әдебиеттерді талдау;
- болашақ математика мұғалімдерін дайындауға арналған білім беру бағдарламалары мазмұнын, оқу-әдістемелік қамтамасыз ету, математикадан олимпиадалық есептерді шығаруға үйрету мәселелерін талдау және жүйелеу;
- педагогикалық эксперимент нәтижелерін сандық бағалауда математикалық статистика әдістерін қолдану.

Зерттеудің әдіснамалық негіздері: білім беру үдерісін ұйымдастырудың құзыреттілік, жүйелі іс-әрекеттік, аксиологиялық және дамытушылық тәсілдер бағытындағы зерттеулер; білім мазмұнын дамыту теориясы; жоғары мектеп дидактикасы; математиканы оқыту әдістемесінің тұжырымдамалық негіздері, дидактикалық қағидалар және оларды жүзеге асыру ережелері; білім алушылардың оқу іс-әрекетін ұйымдастыру теориясы; болашақ математика мұғалімдерін дайындау мәселелері бойынша математик ғалым-педагогтардың, әдіскерлердің жұмыстары.

Зерттеудің теориялық негіздері: зерттеу мәселелері бойынша ғалым-әдіскерлердің философиялық, психологиялық, педагогикалық, әдістемелік және математикалық еңбектері; жобалық іс-әрекет және құзыреттілік, тұлғаға бағытталған оқыту тәсілдерінің тұжырымдамасы; заманауи математикалық білім берудің тұжырымдамалық негіздері; жоғары оқу орындарында математиканы оқытудың және болашақ математика мұғалімдерін дайындаудың әдіснамалық негіздері.

Зерттеу көздері: Қазақстан Республикасының «Білім туралы» Заңы; жоғары және жоғары оқу орнынан кейінгі білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарттары; «Білімді ұлт» сапалы білім беру» ұлттық жобасы; Қазақстан Республикасында жоғары білімді және ғылымды дамытудың 2023-2029 жылдарға арналған тұжырымдамасы; математика мұғалімдерін дайындауға арналған білім беру бағдарламасы; математикалық пәндер бойынша оқу бағдарламалары (силлабустар), оқу-әдістемелік кешендері; жоғары оқу орындарында математиканы оқыту және болашақ математика мұғалімдерін дайындау мәселелері бойынша философиялық, психологиялық, педагогикалық, әдістемелік еңбектер.

Зерттеудің ғылыми жаңалығы:

1) педагогикалық жоғары оқу орындарында студенттердің зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың деңгейлері, дидактикалық қағидалары мен оларды жүзеге асыру ережелері айқындалды;

2) болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың құралы ретінде олимпиадалық есептердің орны мен маңыздылығы, шығару әдістері айқындалды;

3) болашақ математика мұғалімдеріне «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін және математикалық пәндерді оқыту барысында олимпиадалық есептерді шығаруға үйрету негізінде зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру әдістемесі жасалды және оның тиімділігі педагогикалық эксперимент арқылы тексерілді.

Жұмыстың теориялық маңыздылығы: жоғары оқу орындарында студенттерге-болашақ математика мұғалімдеріне математиканы оқыту процесінде олардың кәсіби-әдістемелік дайындығы мен зерттеушілік дағдыларын қалыптастыруға бағытталған мектеп математика курсымен үздіксіздік, сабақтастық және тұтастық қағидаларына негізделген «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың құрылымы мен мазмұны және математикадан олимпиадалық есептер жүйесінің жасалауы, сонымен қатар оларды шешудің тиімді әдістерінің ұсынылуы болып табылады.

Жұмыстың практикалық маңыздылығы: диссертациялық жұмыста жасалған теориялық материалдар мен математикадан олимпиадалық есептерді шығаруға үйрету және студенттерге «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін және математикалық пәндерді оқытуды ұйымдастыру бойынша әдістемелік нұсқауларды педагогикалық ЖОО оқытушылары мектеп математика курсынан олимпиадалық есептерді шығарудағы дайындық деңгейін көтеру және зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру мақсатында қолдануларына болады. Зерттеу жұмысының нәтижелері педагогикалық ЖОО-да болашақ математика мұғалімдерін дайындауда математиканы оқытудың мазмұны мен әдістерін жетілдіруде пайдалануға ұсынылады. «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқу-әдістемелік қамтамасыз етуде «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» оқу құралы (Шымкент:

М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті, 2023. - 250б.) әзірленіп оқу процесіне енгізілді.

Қорғауға ұсынылатын негізгі қағидалар:

1) жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын олимпиадалық есептерді шығаруды үйрету негізінде қалыптастырудың әдістемелік негіздері;

2) болашақ математика мұғалімдеріне «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың құрылымы мен мазмұны, олимпиадалық есептерді шығару әдістері;

3) болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын олимпиадалық есептерді шығаруға үйрету негізінде қалыптастыру әдістемесі және оның тиімділігін дәлелдейтін педагогикалық эксперимент нәтижесі.

Зерттеу нәтижелері бойынша жарияланымдар: Диссертациялық жұмыстың мазмұны бойынша жарияланған еңбектердің жалпы саны – 8, оның ішінде Scopus базасына енген журналдарда – 2, ҚР ҒЖБМ Ғылым және жоғары білім саласындағы сапаны қамтамасыз ету комитеті ұсынған ғылыми басылымдарда – 5, оқу құралы – 1.

Зерттеу нәтижелері Scopus базасында CiteScore бойынша процентилі 49 болатын «Academic Journal of Interdisciplinary Studies» және процентилі 53 болатын «International Journal of Evaluation and Research in Education» рецензияланатын ғылыми басылымдарда; ҒЖБССҚК ұсынған отандық «Ясауи университетінің хабаршысы», «Абай атындағы ҚазҰПУ Хабаршысы. «Педагогика ғылымдары» сериясы», «Қазақстан Республикасы ұлттық ғылым Академиясы» Хабаршысы, «Абай атындағы ҚазҰПУ Хабаршысы. «Физика-математика ғылымдары» сериясы» ғылыми басылымдарда жарияланды, «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» оқу құралымен (Шымкент: М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті, 2023. - 250б.) студенттер білім алуда.

Диссертациялық жұмыстың қағидалары мен нәтижелері халықаралық конференцияларда: «Жаңартылған білім беру мазмұны жағдайында мектеп пен жоғары оқу орындарында математика мен физиканы оқытудың өзекті мәселелері» (Алматы, 2021 жыл), «Әуезов оқулары - 19: Тәуелсіз Қазақстанға – 30 жыл» (Шымкент, 2021 жыл), «Әуезов оқулары - 20: Мұхтар Әуезов мұрасы – ұлт қазынасы» (Шымкент, 2022 жыл), «Әуезов оқулары - 21: Жаңа Қазақстан – еліміздің болашағы» (Шымкент, 2023 жыл), сонымен қатар Шымкент қаласы мектептерінің математика пәні мұғалімдеріне арналған семинарларда, М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті Жаратылыстану ғылымдары және педагогикалық жоғары мектебінің «Математика» кафедрасының ғылыми-әдістемелік семинарында және кеңейтілген мәжілісінде талқыланды.

Зерттеу кезеңдері:

Бірінші кезеңде (2020-2021 жж.) зерттеу жұмысының тақырыбы анықталып, зерттеу мәселесіне талдау жасалды. Зерттеудің мақсаты, нысаны, пәні, болжамы анықталды, шешуге қажетті міндеттер қойылды. Таңдап алынған тақырыптың теориялық және әдіснамалық негіздерін зерттеу жүзеге асырылды. Зерттеу тақырыбының теориялық және әдіснамалық негіздерін айқындау жүзеге асырылды. Қазақстан Республикасының «Білім туралы» Заңы мен жоғары білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандартына, жоғары оқу орындарында математика мұғалімдерін дайындауға арналған білім беру бағдарламаларына, педагогикалық және психологиялық, ғылыми-әдістемелік әдебиеттерге талдау жасалды. Жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін дайындаудың және студенттердің математикалық олимпиадаларға қатысуы қазіргі жағдайын анықтау мақсатында озық тәжірибелі оқытушылардың оқу-әдістемелік қамтамасыз ету мен сабақтарына қатысып, талдау жүргізілді. Оқытушылар мен студенттермен әңгімелесулер жүргізіліп, сауалнамалар алынып, оның нәтижелері талданды.

Екінші кезеңде (2021-2022 жж.) болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру және оның мазмұнының ерекшеліктері, математикалық олимпиадалық есептердің орны мен маңыздылығы, классификациясы, шығару әдістері мәселесіне және зерттеу тақырыбы бойынша ғылыми-әдістемелік еңбектерді оқып, зерттеу, талдау және жүйелеу жұмыстары орындалды. Болашақ математика мұғалімдеріне арналған «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың әдістемелік жүйесі (оқыту мазмұны, мақсаты, әдістері мен формалары, құралдары) айқындалды, сонымен бірге білім беру бағдарламасында қамтылған іргелі математикалық ғылыми пәндерді оқыту мазмұнына олимпиадалық есептерді кіріктіре отырып шығаруға үйрету негізінде болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру әдістемесі жасалды.

Үшінші кезеңде (2021-2023 жж.) ұсынылған әдістеменің тиімділігін анықтау мақсатында Шымкент қаласындағы М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті мен Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық университетінде педагогикалық эксперименттер жүргізіліп, алынған мәліметтер бойынша математикалық статистикалық әдіспен өңдеулер жасалды және диссертацияның қолжазба нұсқасы дайындалып, талқылауға ұсынылды.

Зерттеу базасы: Жасалған әдістеме М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті, Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық университетінде студенттерді - болашақ математиктерді оқыту процесінде енгізілді.

Диссертация құрылымы. Жұмыс кіріспеден, 2 бөлімнен, қорытынды мен пайдаланылған әдебиеттер тізімінен және қосымшалардан тұрады.

Кіріспеде жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерінің әдістемелік дайындығы мен зерттеушілік дағдыларын олимпиадалық есептерді шығаруға үйрету арқылы қалыптастырудың қажеттілігі негізделеді. Зерттеу жұмысының мақсаты, міндеттері, нысаны, әдіснамалық және теориялық негіздері мен болжамдары анықталды, жұмыстың ғылыми жаңалығы, оның теориялық және практикалық маңыздылығы тұжырымдалды, зерттеудің кезеңдері мен әдістері анықталды, қорғауға ұсынылатын қағидалар, эксперименттік жұмыс туралы мәліметтер мен зерттеудің нәтижесін ендіру туралы мәліметтер келтірілді.

«Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын олимпиадалық есептер арқылы қалыптастырудың әдістемелік негіздері» бірінші бөлімінде жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін дайындаудың қазіргі жағдайы, болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың ерекшеліктері, математика мұғалімін дайындаудағы олимпиадалық есептің орны мен маңыздылығы, классификациясы айқындалды.

«Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын олимпиадалық есептер арқылы қалыптастыру әдістемесі» екінші бөлімінде болашақ математика мұғалімдерін мектеп математика курсының білім мазмұнына сәйкес олимпиадалық есептерді шығаруға үйрету әдістері, «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнінің мазмұны мен құрылымы және оны оқытудың әдістемесі, математикалық пәндерді оқыту барысында олимпиадалық есептерді шығару негізінде болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру әдістемесі ұсынылды. Жүргізілген эксперименттік жұмыстың нәтижелері жүйеленді және жалпыланды.

Қорытындыда зерттеу барысында жасалған қорытындылар келтірілді, диссертациялық зерттеу жұмысының нәтижелері бойынша әдістемелік нұсқаулар берілді, қарастырылып отырған тақырып бойынша болашақта жасалатын зерттеу жұмысының бағыттары көрсетілді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізіміне зерттеу барысында қарастырылған философиялық, психологиялық, педагогикалық, әдістемелік және арнайы әдебиеттер енгізілді.

Қосымшада зерттеу жұмысын орындау барысында пайдаланылған материалдар, оқу процесіне енгізу актілері келтірілді.

.

1 БОЛАШАҚ МАТЕМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІНІҢ ЗЕРТТЕУШІЛІК ДАҒДЫЛАРЫН ОЛИМПИАДАЛЫҚ ЕСЕПТЕР АРҚЫЛЫ ҚАЛЫПТАСТЫРУДЫҢ ӘДІСТЕМЕЛІК НЕГІЗДЕРІ

1.1 Жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін дайындаудың қазіргі жағдайы

Мектеп оқушыларына сапалы математикалық білім берудің негізгі тұлғасы жеткілікті деңгейде іргелі математикалық және кәсіби-әдістемелік дайындығы бар заманауи мұғалім болып табылады.

Жоғары оқу орындарында болашақ мұғалімдерді дайындау сапасын педагогикалық, психологиялық және әдістемелік ғылымдардың соңғы жетістіктеріне негізделетін әдістемелік дайындығын жетілдірусіз арттыру мүмкін емес екені белгілі.

Жоғары оқу орындарында математика мұғалімдерін дайындауға арналған білім беру бағдарламаларының мазмұны болашақ мұғалімдердің алған білімін әртүрлі білім беру салаларында қолдана алатындай, тиісті математикалық аппаратпен қамтамасыз ететіндей, қоршаған ортаны танып білудің математикалық әдістер жүйесімен таныстыратындай, мектеп математика курсының ғылыми негіздері мен мазмұнын меңгеретіндей құрастырылуы қажет [34].

Жалпы білім берудің әртүрлі типті ұйымдардың қызмет етуі және жаңартылған білім беру мазмұнының енгізілуі мектептегі математикалық білім берудің алдына жаңа міндеттер қояды, сонымен қатар, математика мұғалімінің кәсіби даярлығына және әдістемелік шеберлігіне қойылатын талаптарды күшейтеді.

Мектептегі математикалық білім беру мазмұнын жаңартудың алдында тұрған басты мақсат – жоғары оқу орындарының білім беру бағдарламаларын жаңарту жағдайында жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін кәсіби-әдістемелік даярлауды жетілдіру болып табылады [35].

Жаңартылған орта білім беру мазмұнының, оның ішінде, математикалық білім берудің алдында тұрған міндеттерді шешу үшін жоғары педагогикалық білім беру жүйесінде болашақ математика мұғалімдерін, олардың кәсіби маман болып қалыптасу процесін жеделдетуге әсерін тигізетін негізгі білім және біліктілікпен қамтамасыз ету керек.

Болашақ математика мұғалімін кәсіби-әдістемелік даярлау туралы айтқан кезде, оның болашақта қандай бейіндік сыныптарда болмасын, оның ішінде математиканы тереңдетіп оқытатын сыныптарда, оқытылатын математиканың барлық бөлімдерін терең және берік меңгеруін ғана емес, сонымен қатар математиканы оқыту әдістемесін жоғары деңгейде меңгеруін, математиканы оқытудың әдістемелік ерекшеліктерін терең түсінуін айтамыз.

Педагогикалық жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерінің әдістемелік дайындау мәселелеріне және оқыту әдістемесін жетілдіру А.Г. Мордкович, И.А. Новик, Н.Л. Стефанова, А.Е. Әбілқасымова, Д.

Рахымбек, А.К. Қағазбаева, О.А. Иванов, Е.В. Силаев, Дж.У. Байсалов сияқты ғалымдардың докторлық диисертацияларында зерттелген.

А.Г. Мордкович өзінің зерттеуінде математика мұғалімдерін оқытудың кәсіби-педагогикалық бағыттылығының тұжырымдамасын ұсынады. Болашақ математика мұғалімінің кәсіби-педагогикалық бағытын ескере отырып жасалған, математиканы оқытудың біртұтас тұжырымдамасы іргелілік, жан-жақтылық, жетекші идея және үздіксіздік қағидасына негізделген [36].

Педагогикалық жоғары оқу орындарында мұғалімдердің әдістемелік дайындығын жетілдіру мәселесін зерттей келе, И.А.Новик болашақ математика мұғалімдерінің математикалық мәдениетін қалыптастыру арқылы әдістемелік білім, білік, дағдыны қалыптастырудың әдістемелік жүйесін құрды. Ол өзінің зерттеулерінде педагогикалық ЖОО-да математика мұғалімін әдістемелік мәдениетті қалыптастыру негізінде әдістемелік даярлау жүйесін тұрғызудың теориялық негіздемесін ұсынады [37].

Н.Л.Стефанованың зерттеу жұмыстары математика мұғалімдерін әдістемелік даярлаудың интегративті қағидалары негізінде әдістемелік даярлау жүйесін дамыту мәселелеріне арналған. Докторлық диссертациясында педагогикалық жоғары оқу орындарында математика мұғалімдерінің кәсіби білімі мен кәсіби дайындығының арасындағы байланысты зерттей келе, олардың әдістемелік дайындығын дамытудың тұжырымдамасын ұсынды. Ол педагогикалық жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерінің әдістемелік дайындығы ретінде «жалпы орта білім беретін мектептерде оқушыларға математиканы оқытудың теориялық негіздерін, практикалық әдістерін меңгеруге бағытталған арнайы ұйымдастырылған оқытуды» қарастырады. Педагогикалық жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерінің әдістемелік дайындығы «арнайы ұйымдастырылған білім беру құрылымының шеңберінде» жүзеге асырылады. Мұндай құрылымды Н.Л. Стефанова болашақ математика мұғалімдерін даярлаудың әдістемелік жүйесі деп атайды [38].

А.Е.Әбілқасымованың докторлық зерттеу жұмысы математика мұғалімінің университетте әдістемелік даярлау жүйесінде белсенділігі мен өз бетімен танымдық қызметін дамыту мәселелеріне арналған. Ол болашақ математика мұғалімдерінің әдістемелік дайындығын жетілдірудің практикалық жолдарын көрсете отырып, студенттердің танымдық іс-әрекетін қалыптастырудың моделін жасады және оның тиімді іске асуының негізгі шарты ретінде студенттердің оқу-зерттеу жұмыстары екенін атап көрсетті [19, б.12].

Д.Рахымбек зерттеу жұмысында болашақ математика мұғалімдерінің арнайы әдістемелік пәндерді оқыту барысында кәсіби білімдері мен біліктерін жетілдірудің ғылыми әдістемелік негіздерін қарастырған [20, б.11].

А.К.Қағазбаеваның докторлық зерттеу жұмысы жоғары педагогикалық білім беру жүйесінде математика мұғалімдерін кәсіби-әдістемелік даярлауды жетілдіру мәселелеріне арналған [22, б.13].

О.А. Иванов диссертациясында бейінді мектептеріне арналған математика мұғалімдерін арнайы математикалық және әдістемелік дайындаудың кіріктірілген жүйесін жасаудың қағидаларын ұсынады [39].

Е.В. Силаев жұмысында жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін мектеп геометрия курсын оқытуға дайындаудың теориялық және әдістемелік негіздерін айқындаған [40].

М.А. Скиба зерттеу жұмысында әртүрлі типті мектептердің саралануы жағдайында болашақ математика мұғалімдерін дайындаудың мазмұнын іріктеудің қағидалары мен жүзеге асыру әдістемесі қарастырылған [41].

Сонымен қатар, «Орта мектеп – жоғары оқу орны» жүйесінде математиканы оқытудағы сабақтастық мәселесінің теориялық негіздеріне А.М.Мүбараков, Ж.М.Нурмухамедова, Д.М.Нурбаева және тағы басқалар да зерттеулер жүргізген.

А.М. Мүбараковтың диссертациялық жұмысы үздіксіз білім беру жүйесінде сабақтастықты жүзеге асырудың негізін анықтау мәселесіне арналған. Оның пікірінше, «сабақтастық – білім беру сатыларында белгілі бір пәнді оқыту барысында оқушылардың білімдеріне қажетті байланыстар мен қатынастарды орнату», - деп есептейді. Сабақтастық – оқушының игеретін жаңа білімі бұрынғы білім, білік және дағдыларының кейбір элементтеріне сүйене отырып, олардан бас тарту [24, б.85].

Е.А.Тұяқов мақаласында мектеп пен жоғары оқу орны арасындағы математика курсы мазмұнының сабақтастығын зерделей отырып, «мектеп – жоғары оқу орны» жүйесінде сабақтастықты жүзеге асырудың тиімділігін айқындаған. Ол математикалық ұғымның немесе тақырыптың байланысын айырып алуға, алдыңғы білім мен жаңа тақырып алдында қажеттісін қайталап отыруға, үнемі есте сақтауға мүмкіндік береді және тақырыптарды байланыстыру нәтижесінде білім алушылардың білім сапасын арттыруға септігін тигізеді, - деп айтады [42].

Ж.М. Нурмухамедова диссертациялық жұмысында мектепте және педагогикалық жоғары оқу орнында математикалық анализ курсын оқытудың әдістемелік жүйесін қарастырып, мектепте және жоғары оқу орнында математикалық анализ курсын оқытудағы сабақтастық, болашақ математика мұғалімдеріне математикалық анализ курсын оқыту әдістерін және ұйымдастыру формалары айқындалған, математикалық анализ курсын оқытудың әдістемелік ерекшеліктері ұсынылған [43].

Д.М. Нурбаеваның диссертациялық жұмысында мектепте және педагогикалық жоғары оқу орнында алгебра анализ курсын оқытудың мазмұндық ерекшеліктері, болашақ математика мұғалімдерін дайындауға бағытталған алгебра курсының білім мазмұны, мектепте және педагогикалық жоғары оқу орындарында алгебра курсын оқыту әдістерін және ұйымдастыру формалары айқындалған, GeoGebra компьютерлік программаны қолданып, алгебра курсын оқытуды ұйымдастыру әдістемесі келтірілген [44].

Болашақ математика мұғалімдерінің әдістемелік дайындығына арналған жоғарыда келтірілген зерттеу жұмыстары педагогикалық жоғары оқу орындарында мұғалім мамандарды дайындаудың теориялық және практикалық маңыздылығын айқындады.

Аталған ғалым-әдіскерлердің жұмыстарын, сондай-ақ ғылыми-әдістемелік әдебиеттерді талдау, онда болашақ математика мұғалімдерін кәсіби-әдістемелік даярлау жүйесінің мәні мен құрылымын теориялық негіздеумен байланысты маңызды мәселелер қаралып, шешілген; оның даму қағидаларын анықтаумен; жоғары педагогикалық білім беру жүйесінде математика мұғалімінің әдістемелік даярлығы мазмұнының әртүрлі үлгілерін әзірлеумен байланысты деп қорытынды жасауға мүмкіндік береді.

Қазіргі уақытта республикамызда әртүрлі типті орта білім беру ұйымдары (жалпы білім беретін мектептер, мектеп-лицейлері, гимназиялар, халықаралық мектептер, Назарбаев зияткерлік мектептері және т.б.) қызмет атқарады. Мұндай білім беру ұйымдарының жұмыс жасауының қазіргі жағдайы және жаңартылған білім беру мазмұнының іске асырылуы мектепте математикалық білім берудің алдына жаңа міндеттер қояды, сонымен қатар, математика мұғалімінің кәсіби даярлығына және әдістемелік шеберлігіне қойылатын талаптарды күшейтеді.

Жаңартылған орта білім беру мазмұнының, оның ішінде, орта білім беру жүйесінде математикалық білім берудің алдында тұрған міндеттерді шешу үшін жоғары педагогикалық білім беру жүйесінде болашақ математика мұғалімдерін олардың кәсіби маман болып қалыптасу процесін жеделдетуге әсерін тигізетін негізгі білім және білікпен қамтамасыз ету керек.

Болашақ математика мұғалімін кәсіби-әдістемелік даярлау туралы айтқан кезде, оның болашақта қандай бейіндік сыныптарда болмасын, оның ішінде математиканы тереңдетіп оқытатын сыныптарда, оқытылатын математиканың барлық бөлімдерін терең және берік меңгеруін ғана емес, сонымен қатар математиканы оқыту әдістемесін жоғары деңгейде меңгеруін, математиканы оқытудың әдістемелік ерекшеліктерін терең түсінуін айтамыз.

Академик А.Е. Әбілқасымова «болашақ математика мұғалімін кәсіби-әдістемелік даярлау деп оның педагогикалық қызметінің алғашқы кезеңіндегі жағдайын түсінеміз, яғни оның саналы түрде таңдаған педагогикалық мамандығы бойынша жинаған білім, білік, дағдысын, жеке қасиеттерін, педагогикалық қызметінде өзін өзі таныта білуін, өзінің кәсіби мүмкіндіктерін жүзеге асыруға деген талпынысын түсінеді» [45].

Профессор Ә.К. Қағазбаева «Педагогикалық жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімін әдістемелік даярлау деп жалпы білім беретін және кәсіби мектептердегі дамыған орта білім беру жүйесінде оқушыларға математиканы оқыту үрдісін жүзеге асыру туралы әдіснамалық білімді, теориялық негіздерін және жүзеге асырудың кәсіби-практикалық әдістерін меңгеруін қамтамасыз етуге бағытталып ұйымдастырылған жүйелік оқытуды түсінеді» [22, б.67].

Біздің ойымызша, кәсіби-әдістемелік қызметтің негізгі түрлері, алдымен, мамандық бойынша оқу, оқу-әдістемелік, ғылыми-педагогиккалық әдебиеттермен жұмыс жасаумен, математиканы оқыту үрдісін құрастырумен, сабақтың тиімділігі мен нәтижелігін арттырумен, оқу мазмұнын логикалық-математикалық, логикалық-дидактикалық, әдістемелік талдау жасау бойынша аналитикалық-синтетикалық қызметпен, бүтіндей алғанда математиканы оқыту бойынша оқу-тәрбие үрдісін жоспарлау және жобалаумен байланысты болып табылады демекпіз.

Жоғары педгогикалық білім беру жүйесінде болашақ математика мұғалімдерінің әдістемелік даярлығының студенттердің мектепте математикалық білім берудің жаңартылған мазмұнын сапалы меңгеруіне және оларды математика мұғалімінің кәсіби-әдістемелік қызметінің негізгі түрлерімен байланыстыруға жағдай жасауға бағытталуы математика мұғалімін даярлаудың тиімділігін арттырады. Ол үшін болашақ математика мұғалімінің бойында қалыптастыру қажет жалпы әдістемелік дағдыларды анықтап алған жөн:

- оқу материалын әдістемелік тұрғыда талдау, синтез, абстрактілеу, жалпылау, салыстыру, сәйкестендіру, индукция, дедукция, бақылау сияқты ғылыми әдістерді білу және оларды математика сабақтарында қолдану;
- математика курсының логикалық құрылымына, негізгі ұғымдарына, тақырыптардың мазмұндарына талдау жасай білу;
- жаңа материалды баяндаудың қатаң ғылыми дәрежесін дұрыс таңдай алу;
- оқушыларды математика оқулықтарымен жұмыс жасауға үйрету;
- белгілі бір тақырыпты оқу барысында оқушылардың кездесуі ықтимал қиындықтарды алдын ала білу және оларды жеңуге бағытталған жұмыстарды ұйымдастыру;
- оқытылып отырған материалдың маңызды жерлерін анықтау және ерекшелей білу;
- сабақта шығаруға ұсынылған оқу есептеріне классификация жасай білу [46].

Жоғарыда жасалған талдаулар бізге жоғары педагогикалық білім беру жүйесінде болашақ математика мұғалімдерін даярлауға қойылатын төмендегі талаптарды ұсынуға мүмкіндік береді:

а) болашақ математика мұғалімдерінің теориялық және әдістемелік даярлығы математикадан әдіснамалық және іргелі біліммен, психологиялық-педагогикалық ғылымдар негіздерімен, пәнді оқыту әдістемесімен, алдыңғы қатарлы педагогикалық тәжірибелермен қаруланған, шығармашылық тұрғыда ойлана алатын заманауи мұғалімді даярлауға жағдай жасауы керек;

ә) болашақ математика мұғалімдерінің бойында кәсіби-әдістемелік қызмет дағдыларын қалыптастыру бойынша оқу-тәрбие үрдісі демократияландыру, ізгілендіру, және саралау бағытында жұмыс жасауы керек және келесі жағдайларды қамтасаыз етуі керек:

1) болашақ математика мұғалімінің интеллектуалды дамыту;

2) болашақ кәсіби қызметіне даярлығын қамтамасыз ететін теориялық білімді және басқа да қызмет түрлерін игеру мен оларды жүйелеу барысында студенттердің шығармашылық белсенділігі мен өз бетімен танымдық әрекеті;

3) студенттердің шығармашылық белсенділігін, өз бетінше жұмыс жасау мен жауапкершілігін арттыратын оқу-зерттеушілік, ғылыми қызметтерге даярлығын қамтамасыз ететін оқу және оқу-зерттеушілік қызметтердің сабақтастығын күшейту арқылы болашақ математика мұғалімдерін даярлау үрдісін жеделдету.

Сонымен қатар, педагогикалық жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін әдістемелік даярлаудың әртүрлі тұжырымдамалық модельдерінің теориялық негіздеріне талдау жасау бізге болашақ математика мұғалімін шығармашылық қызметке әдістемелік даярлаудың жалпы қағидаларын ұсынуға мүмкіндік берді:

а) әрбір студентті шығармашылық еңбектің, таным мен қарым-қатынастың субъектісі ретінде қабылдауды талап ететін *ізгілендіру*;

ә) жоғары оқу орнында студенттерге кәсіби білім беруде болашақ математика мұғалімін әдістемелік даярауды бүтін жүйе екендігін білдіретін *тұтастық*: дамудың жоғары деңгейі, математика мұғалімінің шығармашылық тұлғасын қалыптастыруға мүмкіндік беретін әдістемелік даярлықты жетілдіру, оқудағы әртүрлі қызметтер арасында сабақтастықты жүзеге асыру, кәсіби-әдістемелік даярлау компоненттері мен элементтерінің ішкі тұтастығы, сапалық толықытығы;

б) іргелі теориялық білім негізінде кәсіби-әдістемелік білім, білік, дағдыны қалыптастыруға мүмкіндік беретін *іргелілік*;

в) болашақ математика мұғалімдерін әдістемелік даярлау жүйесінің жұмыс жасау тиімділігін қамтамасыз ететін пәндік, кәсіби-практикалық және әдіснамалық даярлықтардың *бірлігі*;

г) оқыту процесінде кәсіби-әдістемелік қызметтің *үзіліссіздігі*;

ғ) студенттердің оқу мен болашақ кәсіби қызметінің өзара байланысын ескеруді талап ететін оқытудың *контекстілігі*;

д) педагог қызметін әрбір студенттің қызығушылығын, ынтасы мен құнды ұстанымдарын ескеретін жалпы және кәсіби қабілеттерін дамытудың тиімді жолдарын іздеуге бағыттайтын білім алушылардың оқудағы *белсенділігі, бастамашылдығы және шығармашылығы*;

е) болашақ мұғалімдердің жалпы білім беретін орта мектептерде, сонымен қатар, математиканы тереңдетіп оқытатын арнайы мектептерде, лицейлерде, гимназияларда және т.б. жұмыс жасауға нақты мүмкіндігін қалыптастыруды көздейтін *әмбебаптылық*;

ж) болашақ мұғалімдерді әдістемелік даярлау жүйесінің моделін осы даярлықты жетілдіруге пайдалану мүмкіндігін білдіретін *болашақтылық*.

Сонымен, біздің ойымызша «Кәсіби дайындық деп «қызметтің белгілі бір саласында жұмыс атқаруға мүмкіндік беретін арнайы білім, білік, дағдылардың жиынтығын» түсінеміз».

Кәсіби дайындық сәйкес базалық білімді қажет етеді және еңбек қызметі процесінде жетіледі. Кәсіби дайындықпен қатар кәсіби қабілеттіліктер де артады. Мысалы, педагогтар үшін бұлар:

1) педагогикалық қызметтің құрылымын бейнелейтін және оның сәтті атқарылуының қажетті шарты болып табылатын тұлғаның табандылық қасиеті;

2) ғылыми-педагогикалық шығармашылық қызметке қабілеттілік, яғни кәсіби қызмет саласында шығармашылықты қамтамасыз ететін мейлінше күрделі психикалық қасиеттердің жиыны.

Әдістемелік дайындық болашақ математика мұғалімінің кәсіби дайындығының бөлігі бола тұра, белгілі бір ерекшеліктерге ие. Ол жоғары оқу орындарында түлектің білім алуы мен болашақтағы қызметі арасындағы байланыстырушы болып табылады.

Әдістемелік дайындық студенттердің әдіснама, математика, педагогика және психологиядан алған білімдерін қамти отыра, алған білімдерін математиканы оқытудың теориясы мен практикасында қолдануда терең түсінуге, тереңдетуге және нақтылауға итермелейді.

Болашақ математика мұғалімін әдістемелік дайындау деп біз оның болашақта орта білім берудің әртүрлі типті ұйымдарында оқытылатын математиканың барлық бөлімдерін терең және берік меңгеруін ғана емес, сонымен қатар математиканы оқыту әдістемесін жоғары деңгейде меңгеруін, жаңартылған білім мазмұнына сай математиканы оқытудың әдістемелік ерекшеліктерін терең түсінуін айтамыз.

Бүгінгі таңда Қазақстанда педагогикалық мамандарды даярлаумен, оның ішінде математика мұғалімдерін даярлаумен жоғары оқу орындары мен педагогикалық жоғары оқу орындары айналысады. Дегенмен педагогикалық мамандардың көпшілігі педагогикалық жоғары оқу орындарында даярланады. Бірақ барлық педагогоикалық жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін даярлауда арнайы математикалық пәндер мен математиканы оқыту әдістемесінің арасында белгілі қатынас сақталмай отыр.

Жоғары оқу орындарындағы болашақ математика мұғалімдерін әдістемелік даярлау жүйесінің жалпы бағыттарын жалпы білім беретін мектептердегі жаңартылған білім беру мазмұнымен сәйкестендіру керек.

Студент-практиканттар және түлектер жоғары оқу орындарын математиканы оқыту әдістемесі бойынша алған білімдерін қазіргі заманғы мектептерде әртүрлі жағдайларда қолдануда көптеген қиыншылықтармен кездесіп отыр (мысалы, математиканы оқушылардың білімдерінің және дарындылық деңгейлеріне сәйкес саралап оқытуда). Оларға математикадан қазіргі заманғы сабақты жобалау, яғни материалдың математикалық мазмұны жөнінен де қиындықтар туып отыр. Оқу үрдісіне жаңартылған білім беру мазмұнының және оқытудың инновациялық әдістерінің енгізілуі студент-практиканттар мен түлектерден ерекше белсенділік пен дайындықты талап етуде. Жоғарғы курстың студенттері арнайы математикалық және әдістемелік даярлықтармен бірге, математиканы оқытудың психологиялық мәселелерінің, жаңа материалды баяндау мен есептер шығарудың әдістері мен тәсілдерін меңгерудің, сабақтарда оқушылардың оқу-танымдық қызметтерін ұйымдастырудың да маңызы жоғары екенін атап көрсетіп отыр.

Сонымен, мектепте математикалық білім берудің мазмұнын жаңарту, алдымен, оның мақсаттарын, мазмұны мен технологияларын қоғамның және қазіргі заманғы мектептің сұраныстарына сәйкестендіруді, білім беру бағдарламаларын жетілдіруді, математиканың оқу-әдістемелік кешендерін, математиканы оқытудың формалары мен әдістерін жетілдіруді талап етуде. Сондықтан, алдымен, жоғары оқу орындарында математиканы оқыту әдістемесі курсын, сабақтардың формаларын, әдістері мен құралдарын, оқыту мазмұнын жетілдіру қажет. Сонымен қатар, жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін кәсіби-әістемелік даярлығын жетілдірудің тиімді жолдарын іздеу қажет.

Жоғары оқу орындарының білім беру бағдарламаларының мазмұны жалпы білім беру пәндері, базалық пәндері, бейіндеуші пәндер циклдерін, сонымен қатар мамандарды даярлаудың бағыттарына сәйкес педагогикалық тәжірибелерден өтуді қамтиды.

Бұл тұрғыда біз академик А.Е.Әбілқасымованың «педгогикалық жоғары оқу орындарында математикалық білім беру мазмұны математика курсын оқытудың үздіксіздік, сабақтастық және кәсіби бағыттылық қағидаларына сәйкес болуы керек, яғни математиканың барлық бөлімдерінің арасында, оның ішінде іргелі және арнайы математикалық пәндер мен әдістемелік пәндердің арасында сабақтастық болуы керек. Бұл өз кезегінде болашақ математика мұғалімдерінің даярлығын жақсартады. Болашақ математика мұғалімдерін әдістемелік даярлау педагогикалық жоғары оқу орындарындағы даярлықтан, ал мектеп оқушыларының білімі болашақ мұғалімдерден тәуелді. Сондықтан болашақ математикалық білімнің болашағы болашақ мұғалімдердің әдістемелік даярлығына тікелей байланысты болып отыр», - деген пікірімен келісеміз [47].

Әдістемелік даярлық: математикалық пәндерді оқыту барысында оқу жоспарында көрсетілген әдістемелік цикл пәндері деп аталатын әдістемелік бағыттарды, арнайы енгізілген пәндерді (әртүрлі тақырыптар бойынша енгізілген арнайы курстар, оның ішінде интегративті курстар, фаультативтер), ұйымдастыру формалары (курстық, дипломдық, өз бетінше және жеке жұмыстар, педагогикалық практикумдар мен педагогиклық практика) және бағалау жүйелері (аралық бақылау, емтихан) арқылы жүзеге асырылады.

Болашақ математика мұғалімдерін дайындауға арналған білім беру бағдарламалары мазмұнына мектеп математикасын тереңдетіп оқытатын таңдау компоненттерін, элементар математиканың бөлімдерімен біріктірілген математика курстарын (алгебра және сандар теориясы, математикалық анализ және функциялар теориясы, геометрия және т.б.), олимпиадалық есептерді шығару, ықтималдықтар теориясы негіздерін, сандар жүйесін, математика тарихын, математикалық статистика элементтерін және математика мұғалімінің даярлығын қамтамасыз ететін оқу-әдістемелік пәндерді енгізу маңызды болып табылады. Бұл бір жағынан, мектеп математикасы мен жоғары математикадағы студенттер білімдеріндегі кемшіліктердің орнын толтыруға, екінші жағынан, болашақ мұғалімдердің білім беруді ұйымдастырудың бір түрі ретіндегі саралап оқыту және деңгейлік саралап оқыту жағдайларында математикалық дайындықтарының деңгейін арттыруға көмектеседі.

Дегенмен, әр жоғары оқу орындары білім беру бағдарламаларын өз мүмкіндігінше жасап, оқу процесін ұйымдастырып жатқандықтан, осы білім беру бағдарламаларына енгізілген математикалық пәндердің мектеп математика курсының мазмұнымен сабақтастығында кемшіліктер бар екендігі айқындалды.

Педагогикалық жоғары оқу орындарында төменгі курс студенттері үшін оқу жоспарларында көрсетілген математикалық және әдстемелік циклдерінің пәндері математикалық білім берудің үзiлiссiздiк қағидасына сәйкес болуы керек, себебі бұл студенттердің мектепте математикалық білімдерінің кемшіліктерін толтыруға мүмкіндік береді. Бірінші курстарда оқытылатын «Элементар математика», «Мектеп математика курсының негіздері», «Математикалық анализ бастамалары» және т.б. курстар мектеп математика курсы мен жоғары математиканың арасын байланыстырушы тетік болуы керек.

Мысал ретінде, Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті «Математика, физика және информатиканы оқыту әдістемесі» кафедрасының меңгерушісі п.ғ.д., профессор, ҚР ҰҒА академигі А.Е.Әбілқасымованың жетекшілігімен болашақ математика мұғалімдерін арнайы әдістемелік дайындау сапасын арттыруды қамтамасыз ету үшін мектеп математика курсын үздіксіз оқыту мен кәсіби-педагогикалық бағытты жүзеге асыру мақсатында «6В01501 - Математика», «6В01502 – Математика және физика», «6В01503 – Математика және информатика» мамандықтарына арналған білім беру бағдарламалары әзірленген.

Бұл білім беру бағдарламаларының оқу жоспарындағы базалық және бейіндеуші пәндер цикліне «Математиканы оқыту әдістемесі» мен «Элементар математика (арифметика, алгебра, геометрия)», міндетті пәндерінен басқа «Мектеп математика курсының ғылыми негіздері», «Математикалық анализ бастамалары», «Математикалық есептерді шешу практикумы», «Математикадан стандартты емес есептерді шешу әдістері», «Математиканы бейіндік және саралап оқыту», «Мектепте математикалық білім берудің қазіргі мәселелері» және т.б. пәндері енгізілген. Бұл пәндердің негізін мектеп математика курсының мазмұндық бағыттары (сандар және оларға амалдар қолдану, өрнектер және оларды түрлендіру, функциялар және олардың қасиеттері мен графиктері, теңдеулер мен теңсіздіктер және олардың жүйелері, геометриялық фигуралар, олардың қасиеттері мен шамаларды өлшеу, анализ бастамалары, стохастика элементтері) құрайды және оларды оқытуға жеткілікті сағат саны (2-3 кредиттен) бөлінді. Осы пәндер мектеп математика курсын үздіксіз оқытуды және онымен сабақтастығын қамтамасыз етеді, сонымен бірге студенттердің білімдеріндегі кемшіліктерді жойып қана қоймай, болашақ математика мұғалімі кәсібіне қажетті математикалық білімдерін бекітуге және жүйелеуге мүмкіндік береді.

Сондай-ақ, заман талабына сай жаңартылған орта білім беру мазмұнына сәйкес математикалық пәндерді оқыту математиканы оқыту әдістемесімен байланыс табуы, яғни болашақ математика мұғалімінің арнайы математикалық және әдістемелік дайындығын қамтамасыз ету үшін 1 курстан бастап «Математикалық есептерді шешудің әдістемелік негіздері», «Математиканы оқыту әдістемесі», «Математиканы оқыту әдістемесінің практикумы», «Мектепте математиканы саралап оқытудың әдістемелік негіздері», «Математиканы оқытуды ұйымдастыру. Қазіргі заманғы сабақ», «Математика тарихы» және т.б. пәндері оқытылады.

Болашақ математика мұғалімінің кәсіби-әдістемелік даярлығын сапалы деңгейге көтеруге математиканы оқыту әдістемесі бойынша арнайы семинарлар, студенттердің математиканы оқыту әдістемесі бойынша орындайтын курстық жұмыстары мен дипломдық жұмыстары көмектеседі. Сонымен қатар, ұсынылатын арнайы курстардың, курстық және дипломдық жұмыстардың тақырыптары болашақ мұғалімдерді жалпы білім беретін мектептерде жұмыс жасауға бағыттауы тиіс [48].

Жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін кәсіби-педагогикалық дайындау жүйесінің қазіргі жағдайына жасалған талдаулар жоғары оқу орындарының түлектерінің әдістемелік-математикалық дайындығында кейбір кемшіліктер барын көрсетті, соның ішінде:

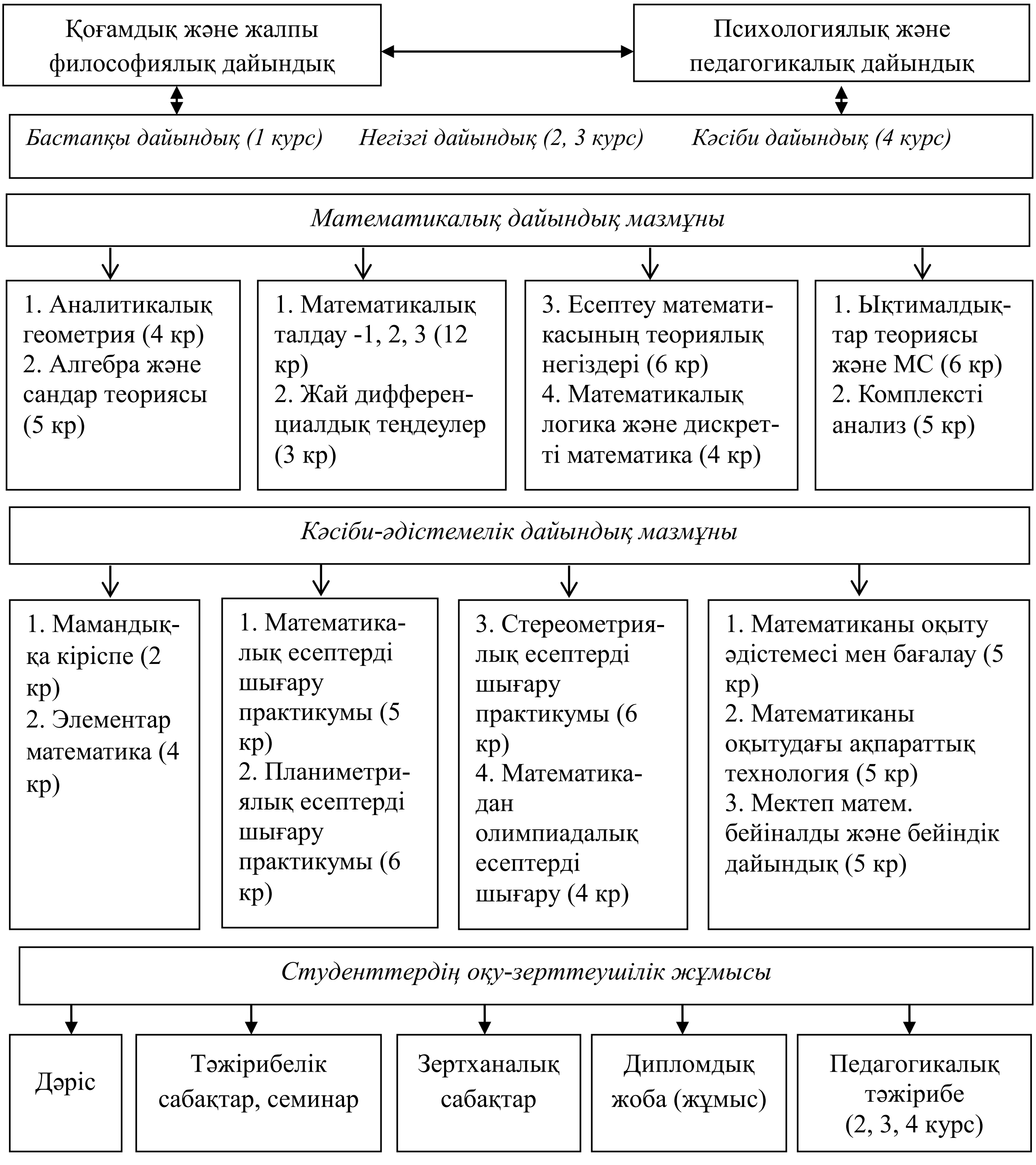
- олардың мектеп математика курсы бойынша алған білімдерінің заманауи талаптарға сәйкес келмеуі, яғни мектеп математикалық есептерді шешу біліктігінің төмен деңдейде болуы;
- жаңартылған білім мазмұнына сәйкес әдістемелік білімнің жеткіліксіздігі;
- әдістемелік және математикалық мәдениет деңгейінің, математикалық ойлау қабілетінің төмендігі;
- түлектердің мұғалімдік мамандыққа деген, математикаға ғылым және оқу пәні ретінде қызығушылықтарының төмендігі;
- мектеп математика курсынан және жоғары математикалық пәндерден олимпиадалық есептерді шығару білім, білік және дағдыларының қалыптаспауы жатады.

Сонымен, көпшілік педагогикалық жоғары оқу орындары түлектерінің әдістемелік дайындық деңгейі қазіргі мектептің міндеттерін шешуге қажетті деңгейге сәйкес келмей отыр. Мұның төмендегідей себептері бар демекпіз:

- мектеп математика курсы мен ЖОО-да оқытылатын пәндердің арасындағы пәнаралық байланыс мазмұндық тұрғыда жеткілікті деңгейде емес;
- ЖОО оқытушылары болашақ мұғалім бойында дидактикалық қағидаларға, әдістерге және тәсілдерге сәйкес әдістемелік білім, біліктері мен зерттеушілік дағдыны қалыптастыру мүмкіндіктерін толықтай жүзеге асырмайды;
- оқытылатын математикалық пәндер математика мұғалімін дайындаумен салыстырғанда математик-маман дайындауға бағытталған, мектеп математика курсы мазмұнын тереңірек меңгеруге бағытталмаған;
- оқытушылардың студенттермен жеке жұмыс жасамауы.

Біздің ойымызша, педагогикалық ЖОО-да математиканы оқытудың кәсіби бағыттылығы мен студенттердің зерттеушілік дағдыларының қалыптасуының жеткіліксіздігін көрсетеді.

Біз осы мәселелерді шешу үшін еліміздегі жоғары оқу орындарында математика мұғалімін дайындауға арналған білім беру бағдарламаларын зерделей отырып, Мұхтар Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университетінің «Математика» кафедрасында болашақ математика мұғалімдерін дайындауға арналған «6В01501 - Математика» білім беру бағдарламасын әзірледік. Осы білім беру бағдарламасы бойынша болашақ математика мұғалімдерін дайындаудың жүйесін 1-суретте ұсынып отырмыз.



Сурет 1 – М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университетінде болашақ математика мұғалімін дайындау жүйесі

Жоғары оқу орнындағы тәжірибеміз бойынша болашақ математика мұғаліміне математикалық пәндерді оқыту математиканы оқыту әдістемесімен байланысты болуы керек, яғни арнайы математикалық және әдістемелік даярлықтарының арасында қатынас сақталуы керек демекпіз. Осыған орай, кәсіби-педагогикалық бағыттағы математикалық білім беру төменгі курстарда басталып, 2-4 курстарда үздіксіз «Математикалық есептерді шығару практикумы», «Планиметриялық есептерді шығару практикумы», «Стереометриялық есептерді шығару практикумы», «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару», «Математиканы оқыту әдістемесі мен бағалау», «Математиканы оқытудағы ақпараттық технология», «Мектеп матемтикасына бейіналды және бейіндік дайындық» және т.б. пәндер арқылы тереңдетіліп оқытылуы керек демекпіз. Бұл пәндер болашақ математика мұғалімін кәсіби-әдістемелік даярлауда үлкен орын алады. Олар арқылы болашақ математика мұғалімдері мектеп математика курсын жүйелі білуімен қатар, математиканы оқыту әдістемесінен де білімдерін тереңдетіп, жүйелейді, себебі әртүрлі білім салаларынан, соның ішінде пәндік және психологиялық-педагогикалық пәндерден алған білімдерін итеграциялауды талап етеді. Оларды білім беру бағдарламасына енгізу болашақ математика мұғалімінің жоғары оқу орнында кәсіби-әдістемелік даярлаудың іргелілігін жүзеге асырады демекпіз.

Болашақ математика мұғалімдерінің оқу-әдістемелік жұмысын және ғылыми-зерттеу іс-әрекетін жобалау және ұйымдастыру кезінде кәсіби құзіреттіліктің барлық: ғылыми-теориялық, психологиялық-педагогикалық және әдістемелік компоненттерін пайдалану керек. Демек, кәсіби құзіреттіліктің барлық компоненттерін қалыптастыруды және оқыту мақсаты, мазмұны, әдістері, формалары мен құралдарының сәйкестігін көздейтін жүйелі тәсіл қажет. Оқу процесінде студенттердің оқу іс-әрекетін ұйымдастыру үшін осы компоненттердің құрамындағы оқу пәндерінің мазмұнын көрсете отырып, бұл әдістемелік жүйесін егжей-тегжейлі көрсету қажет.

1-кестеде кәсіби құзіреттіліктің нақты құрылымы, әрбір компонент бойынша болашақ математика мұғалімінің оқу-әдістемелік жұмысын және ғылыми-зерттеу іс-әрекетін жобалау мен ұйымдастыруға дайындау мазмұны және оқыту процесінде жүзеге асырылатын пәндердің атауы ұсынылған.

Кесте 1 - Болашақ математика мұғалімінің кәсіби құзіреттілігінің құрылымы және оқу процесінде оқу-зерттеу іс-әрекетін ұйымдастыруға дайындау мазмұны

Кәсіби құзіреттіліктің компоненттері	Қалыптастырылатын оқыту нәтижелері	Пәннің атауы
1	2	3
Қоғамдық, әлеуметтік-саяси, әлеуметтік-этникалық білімдер	Дүниетанымдық, азаматтық, рухани және әлеуметтік жауапкершілікті, ғылыми және эксперименттік зерттеу әдістерін қалыптастыру негізінде әлеуметтік-мәдени, кәсіби дамуды көрсету.	Қазақстан тарихы, философия, әлеуметтану және саясаттану, мәдениеттану және психология, экожүйе және құқық, Абайтану

1-кестенің жалғасы

1	2	3
Коммуникация және дене мәдениеті	Академиялық жазу және академиялық адалдық қағидаттарын ескере отырып, кәсіби ортада және қоғамда қазақ, орыс және ағылшын тілдерінде еркін қарым-қатынас жасау.	Қазақ (орыс) тілі, шетел тілі, ақпараттық-коммуникациялық технологиялар, дене шынықтыру, кәсіби қазақ (орыс) тілі, кәсіби-бағытталған шетел тілі
Психолого-педагогикалық ғылымдар негізі	Педагогикалық процесті психологиялық-педагогикалық жобалаудың әдістері мен әдістерін меңгеру, оларды кәсіби қызметінде пайдалану; педагогикалық, оқу-тәрбие және ғылыми-әдістемелік міндеттерді шешу; оқушылардың ерекшеліктері мен қажеттіліктерін ескере отырып сабақтар құрастыру және өткізу, тәрбие жұмысының әдістемесін, білім берудің заманауи тұжырымдамаларын және оқытудың оқу жетістіктерін бағалау құралдарын пайдалана отырып, білім алушылардың оқу-танымдық іс-әрекеттерін ынталандыру арқылы олардың мінез-құлқын басқару.	Педагогика және киберпедагогика, инклюзивті білім беру, арнайы пәндер практикумы, оқушылардың физиологиялық дамуы, жалпы және жас ерекшелік психологиясының негіздері, тәрбие жұмысының теориясы мен әдістемесі
Мектеп математика негіздері	Ақпараттық және есептеу сауаттылығына, ақпаратты жалпылау, талдау және қабылдау, мақсат қою және оған жету жолдарын таңдау қабілетіне ие болу; теориялық, іргелі және қолданбалы математиканың практикалық есептерін шешу үшін физика-математикалық аппаратты және заманауи компьютерлік технологияларды пайдалану; білім алушылардың оқу және сыныптан тыс іс-әрекеттерін ұйымдастыру кезінде математикалық пайымдау, функционалдық сауаттылық, зерттеу қызметі дағдыларын көрсету.	Математикалық есептерді шығару практикумы, планиметриялық есептерді шығару практикумы, стереометриялық есептерді шығару практикумы, математикадан олимпиадалық есептерді шығару
Іргелі-математикалық дайындық (пәндік) негіздері	Теориялық, іргелі және қолданбалы математиканың практикалық есептерін шешу үшін физика-математикалық аппаратты	Аналитикалық геометрия, алгебра және сандар теориясы, математикалық талдау 1, 2, 3, 4,

1-кестенің жалғасы

1	2	3
	және заманауи компьютерлік технологияларды пайдалану; белгісіздік жағдайында зерттеу, кәсіпкерлік және жұмыс дағдыларын қолдану.	есептеу математикасының теориялық негіздері, дифференциалдық теңдеулер, комплексті анализ, математикалық логика және дискретті математика, ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика, қолданбалы физика
Математиканы оқытудың әдістемелік негіздері	Білім беру процесін жетілдіру бойынша өзекті зерттеулердің нәтижелерін зерделей отырып, оқытудың озық әдістемелерін пайдалану; оқушылардың ерекшеліктері мен қажеттіліктерін ескере отырып сабақтар құрастыру және өткізу; математиканы оқытудың инновациялық технологияларын, пәндік дағдыларды қалыптастыру әдістерін, оқушылардың математикаға деген қызығушылығын қалыптастыру әдістерін қолдану; білім берудің заманауи тұжырымдамаларын және оқытудың оқу жетістіктерін бағалау құралдарын пайдалана отырып, білім алушылардың оқу-танымдық іс-әрекеттерін ынталандыру арқылы олардың мінез-құлқын басқару; жеке және топ мүшесі ретінде тиімді жұмыс істеу, ресми, бейресми, ақпараттық нысандарда кәсіби үздіксіз білім беруді жоспарлау; білім алушылардың оқу және сыныптан тыс іс-әрекеттерін ұйымдастыру кезінде математикалық пайымдау, функционалдық сауаттылық, зерттеу қызметі дағдыларын көрсету.	Математиканы оқыту әдістемесі мен бағалау, мамандыққа кіріспе, математиканы оқытудағы ақпараттық технологиялар, математика тарихы мен әдіснамасы, мектеп математикасына бейіналды және бейіндік дайындық
Тәжірибелік - зерттеушілік негіздері (мұғалім-зерттеуші)	Педагогикалық, оқу-тәрбие және ғылыми-әдістемелік міндеттерді шешу, оқушылардың ерекшеліктері мен қажеттіліктерін ескере отырып сабақтар құрастыру	Психолого-педагогикалық практика, оқу-тәрбиелік педагогикалық практика, оқу практика, өндірістік педагогикалық практика I,

1-кестенің жалғасы

1	2	3
	және өткізу; тәрбие жұмысының әдістемесін, білім берудің заманауи тұжырымдамаларын және оқытудың оқу жетістіктерін бағалау құралдарын пайдалана отырып, білім алушылардың оқу-танымдық іс-әрекеттерін ынталандыру арқылы олардың мінез-құлқын басқару; білім алушылардың оқу және сыныптан тыс іс-әрекеттерін ұйымдастыру кезінде математикалық пайымдау, функционалдық сауаттылық, зерттеу қызметі дағдыларын көрсету.	оқу-әдістемелік (педагогикалық) практика, өндірістік педагогикалық практика II

Сонымен, жоғары оқу орындарында болашақ мұғалімдерді, оның ішінде математика мұғалімдерін сапалы әдістемелік даярлау үшін:

- білім беру бағдарламаларын әзірлеуші топтары оның мазмұнын жасауда психологиялық-педагогикалық, қоғамдық-философиялық, іргелі математикалық, кәсіби-әдістемелік пәндердің арақатынасын сақтауы тиіс;
- «6В01510-Математика» мамандығы бойынша білім беру бағдарламасы болашақ математика мұғалімдерін құзыреттілік моделіне сәйкес және мемлекеттік жалпыға міндетті жоғары білім берудің стандарты бойынша (ЖББП, БП, КП) пәндер циклін оқыту формаларына сәйкес әзірленуі тиіс;
- құзыреттіліктер пән бойынша және жалпы құзыреттіліктерге бөлу, ал құзыреттіліктер анық, локальды, түсінікті құрастырылған және білім алушылардың білім, білік, дағдыларын, яғни нені үйренгендіктерін көрсете білу қабілеттіліктерін білдіруі тиіс.
- іргелі математикалық және кәсіби-әдістемелік пәндердің оқу бағдарламаларын жасауда және оқу процесін ұйымдастыруда оқытушылар мектеп математика курсымен сабақтастығын жүзеге асыру керек;
- пән бойынша белгілі бір деректерді ғана емес, пәнді тұтастай түсінуін, оның бөлімдерінің арасындағы әдістемелік және логикалық байланысын түсінуін қамтамасыз етуі тиіс.

1.2 Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру ерекшеліктері

Жоғары оқу орындарында болашақ мұғалімдерді дайындауда келешек қызметінде пәнді оқытуға, дамытуға, тәрбиелеуге және оны пәндік саласындағы біліммен, дағдылармен және біліктермен қаруланған, оқытудың дәстүрлі және инновациялық әдістерін меңгерген кәсіпқой маманға айналдыру болып отыр.

Сонымен, білім алушының белсенділігін, ізденімпаздығын және шығармашылық қабілеттерін дамыту олардың зерттеушілік дағдыларын қалыптастырумен тығыз байланысты. Сондай-ақ, барлық іс - әрекет белгілі бір біліммен, оны жүзеге асыру қабілетімен ғана емес, дағдыларымен де сипатталады.

Психологтар дағдыларды қалыптастыру дегеніміз - ақпаратты қабылдау мен өңдеуді, оны салыстыруды (корреляцияны, таңдауды) осы ақпаратты қолдануға қажетті нақты оқу жағдайымен (И.С. Якиманская) қамтамасыз ететін іс-әрекеттің күрделі жүйесін (практикалық және ақыл-ой) игеру дегенді білдіреді [49].

Дағды – бұл шеберлік, яғни сіздің мақсаттарыңызға жету үшін қол жетімді ақпаратты пайдалану мүмкіндігі; шеберлікті әлі де белгілі бір біліктіліктердің жиынтығы ретінде сипаттауға болады; сайып келгенде, шеберлік - бұл әдістемелік жұмыс жасау мүмкіндігі.

Педагогикалық түсіндірме сөздігінде «Дағды – автоматты түрде жасауға дейін жеткізілген әрекет; көп рет қайталау жолымен қалыптасады. Оқыту процесінде, әсіресе, жалпы оқу дағдыларын, пәнаралық мәндегі, жазу дағдыларын қалыптастыру қажет», - деп тұжырымдалған [50].

«Уикипедия» ашық энциклопедиясында «дағды – алғашқыда саналы орындауды қажет ететін іс-әрекет бөліктерінің қайталап жаттығудың нәтижесінде автоматталынуын дағды деп атайды. Дағды санасыз қайталау нәтижесінде де қалыптасатын іс-әрекет болуы мүмкін. Соның нәтижесінде ол автоматталған әрекетке айналып, оңай, шапшаң әрі дәл орындалып отырады.

Дамыған дағдылардың кейбір белгілері:

1) дағды алудың белгісі – әртүрлі амалды тез орындап, шапшаң қимылдау;

2) дағды қалыптасқаннан кейін күштеніп, зорланып, қиналып істеу жойылады;

3) дағдыланудың үшінші белгісі – бірқатар жеке амалдарды біріктіріп, одан тұтас бір амал жасай алу;

4) көзбен бақылаудың маңызы кеміп, қозғалыс пен бақылаудың маңызы артады;

5) дағдыға машықтану үшін алдын ала қабылдай алу қабілетінің болуы.

Дағды адам әрекетінің қай-қайсысында да ерекше маңызды орын алады. Дағдының арқасында біздің санамыз қызметтің түпкілікті, шешуші кезеңдеріне жұмылдырылып табысты болуын қамтамасыз етеді. Дағдылар сенсорлық (тікелей қабылдау) және интеллектілік дағдылар болып бөлінеді.

Дағды – көп рет қайталаулар арқылы автономды орындалуға бейімделген іс-әрекет. Дағды – бірнеше рет қайталаулардың нәтижесінде пайда болған және оның саналы қадағалауының қысқартылуымен сипатталатын жеке әрекеттер – операцияларды орындаудың таптаурын тәсілі.

Дағды бірнеше түрлері бар: перцептивті, интеллектуалдық, қозғалыс және мінез-құлық дағдылары [51].

Жантану атауларының түсіндірме сөздігінде «дағды әр түрлі дәрежедегі жалпылаумен – олардың әр түрлі жағдаяттарды қамтумен, икемділікпен, тез жүзеге асырылуға даярлықпен сипатталады. Дағды деңгейіндегі әрекеттер оның кейбір реттеу компоненттерінің көрінбеуімен (болмауымен) ерекшеленеді.

Көптеген үйреншікті әрекеттер адаммен автоматизацияланады да, адамның саналы іс-әрекетіне күш түсірмейді. Ал оны басқа едәуір күрделі міндеттерді орындауға бағыттайды [52].

Математикада дағды дегеніміз – есептерді шешу, дәлелдер келтіру, сонымен қатар алынған шешімдер мен дәлелдемелерді сыни тұрғыдан талдау қабілеті [53].

Болашақ математика мұғалімінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудағы мәселелік - іздестіру міндеттерінің рөлін туралы айтпас бұрын, біз «зерттеушілік дағды» ұғымына, математика мұғалімінің дағдылары мен оқушылардың дағдыларына қатысты ұғымға талдау жасадық.

1978 жылы «Математика» пәні бойынша мектеп бағдарламасына алғаш рет оқушылардың білім, білік және дағдыларына қойылатын талаптар туралы бөлім енгізілді.

1982 жылы КСРО Білім министрлігі оқушылардың жалпы оқу дағдылары мен біліктіліктерін дамыту бағдарламасын (1-10 сыныптар) әзірледі, онда оқушылардың жалпы оқу дағдыларының төрт тобы бөлінді: оқу-ұйымдастыру; оқу-зияткерлік; оқу-ақпараттық және оқу-коммуникативтік.

Оқу-ұйымдастырушылық дағдылардың құрамына оқу іс-әрекетінің әр компонентін орындау тәсілдерін, оқу жұмысын сыртқы ұйымдастыру тәсілдерін игеру кіреді.

Оқу-зияткерлік дағдылардың құрамына логикалық ойлау тәсілдері, ақыл-ой әрекетін орындау, мәселелерді қою және шешу тәсілдері кіреді. Зияткерлік дағды – белгілі бір топтағы есептер мен тапсырмаларды шешудің тәсілдері.

Оқу-ақпараттық дағдылардың құрамына білімді, жаңа және қосымша ақпаратты өз бетінше алу тәсілдері, ақпаратты мағыналық өңдеу, есте сақтау тәсілдері кіреді.

Сонымен, оқу-коммуникативтік дағдылардың құрамына ауызша және жазбаша сөйлеуді құру тәсілдерін игеру кіреді [53, б.223].

1982 жылы В.В.Краевский және И.Я.Лернер оқу дағдыларын зерттеді, сөйтіп дағдылардың 4 тобы анықтады: ұйымдастырушылық, практикалық, зияткерлік және психологиялық-сипаттамалық, олардың үшінші тобы ойлауды дамытумен байланысты. Автор осы топқа кіретін 54 дағдылардың, олардың ішінде мыналарды атап көрсеткен: шешуге жататын мәселені тұжырымдау; гипотезаны оны ұсыну шартымен, нормаларымен салыстыру; осы міндет үшін маңызды объектінің кезеңдерін көру және ажырату; шешімнің толықтығын және дәлелдердің жеткіліктілігін тексеру. Автор бұл дағдыларды студенттерге арналған оқулықтарға және университеттегі мұғалімге арналған әдістемелік құралдарға арнайы тапсырмалар түрінде немесе келесі тапсырмалары бар әрекеттер тізімі түрінде қосу керек екенін айтады [54].

Оқушылардың зерттеушілік дағдыларын түсіндіру мен жіктеудің бірнеше тәсілдері бар:

1) білім алушылардың оқу-зерттеу қызметін ұйымдастыру шеңберінде;

2) проблемалық оқытуды ұйымдастыру аясында;

3) мәселелік іздеу тапсырмаларын қолдану арқылы.

Біздің зерттеуіміз Д.Б. Эльконин мен В.В. Давыдовтың психологиясында ұсынылған мектеп оқушыларының оқу әрекетін түсіндіруге негізделген: «оқу іс-әрекеті - бұл іс-әрекеттің жалпыланған тәсілдерін игерумен бағытталған қимыл... Оқу іс-әрекетінің нәтижесі барысында ғылыми ұғымдар игеріледі, оқушының өзі өзгереді, дамиды» [55].

Оқу іс-әрекеті процесінде оқушылар тек білім пен дағдыны ғана қалыптастырып қоймайды, сонымен қатар, жеке тұлғаны дамытып, қажеттілігін, мүдделерін, қызығушылығы мен, адамгершілік тәжірибесін меңгереді. Сайып келгенде, «бұл өзін-өзі өзгерту әрекеті, оның өнімі-субъектінің өзінде болған өзгерістер».

М.И.Махмутов келесі дағдыларды анықтаған:

1) оқушының әр түрлі ақпарат көздерден өз бетінше жаңа білім ала білуі, есте сақтау арқылы да, өз бетінше зерттеу арқылы да жаңа дағдыларды игеру;

2) алған білімдерін, дағдыларын әрі қарай өз бетінше білім алу үшін қолдана білу;

3) кез-келген өмірлік мәселелерді шешу үшін оларды практикалық қызметте қолдана білу [56].

Білім алушылардың белсенділігі, ізденімпаздығы және шығармашылық қабілеттері олардың зерттеушілік дағдысының қалыптасуымен тығыз байланысты.

Болашақ математика мұғалімі мен оқушылардың шығармашылық қабілеттерін қалыптастырудағы біздің көзқарасымыз – математиканы тиімді оқыту мен оқуға қажетті накты зерттеу дағдыларын мақсатты қалыптастыруға бағытталған мәселелік-іздеу тапсырмаларының жүйесін қолдану.

Шығармашылық қабілет арқылы зерттеушілік дағды қалыптасатыны белгілі. Психологтар «ғалымның зерттеушілік қызметі» және «оқушының білімді игеруінің зерттеушілік процесі» ұғымдарын қатаң түрде ажыратады, біріншісі басқарылмайтын, ал екіншісі жаңа білім мен іс-әрекеттің игерілуіне әкеледі және оны басқаруға болады деп санайды. Бірінші тұжырымдама ғылыми зерттеу процесінің ерекшеліктерін, екіншісі проблемалық оқыту процесін көрсетеді.

Я.А. Пономарев зерттеушілік қызметтің келесі кезеңдерін анықтайды:

1) мәселені түсіну (мәселені түсіну барысында мәселелік жағдайдың пайда болу сәті атап көрсетіледі; егер міндет дайын түрде берілмесе, оның қалыптасуы "сұрақтарды қою" қабілетімен байланысты болады);

2) мәселені шешу гипотезаны жасаудан басталады;

3) шешімді тексеру (осы пайымдаудың ақиқатын логикалық дәлелдеу және практиканың көмегімен шешімді тексеру). Сәтті нәтижемен сәтті гипотеза теорияға айналады [57].

Біз зерттеу барысында «білім алушылардың зерттеушілік дағдысы» ұғымының мәнін ашу үшін ғалым-педагогтердің зерттеулеріндегі «зерттеушілік қызмет», «зерттеу іс-әрекет», «зерттеушілік дағды», «зерттеушілік құзыреттілік», «зерттеу ұстанымы» ұғымдарына берген түсініктемелерді зерделедік және бірегей немесе әртүрлі көзқарастары бар екені айқындалып отыр.

Г.К. Есполова зерттеу жұмысында бастауыш сынып оқушыларының жаратылыстану пәнінде зерттеушілік құзыреттілігін қалыптастыруды теориялық тұрғыда негіздей отырып, «зерттеушілік», «құзыреттілік», «зерттеушілік құзыреттілік» ұғымдарына сипаттама берген [58].

Ол Л.А. Казарина жасаған еңбектердің [59] негізінде зерттеушілік іс-әрекеттің негізгі сипаттамаларын мазмұндық талдау нәтижелерін 2-кестемен көрсетеді.

Кесте 2 - Зерттеушілік іс-әрекеттің негізгі сипаттамалары

Автор Белгілері	Алексеев Н.	Викол Б.	Далингер В	Ларькина Е.	Леонтович А.	Обухов А.	Савенков А.	Чечель И.
Шығармашылық іс-әрекет бөлігі	+			+	+	+	+	
Жаңа білімдерді игеруі	+	+	+	+	+	+	+	+
Зерттеушілік дағдыны дамыту	+		+	+	+	+		
Процестің маңыздылығы	+	+	+	+	+	+	+	+
Нәтиженің маңыздылығы		+						
Мұғалім мен оқушы өзара қатынасы								
Мәселелік жағдаят	+		+		+	+	+	+
Оқыту	+	+	+		+			
Дербестіктің жоғары деңгейі	+	+	+		+			
Ғылымилық қағида	+		+	+	+			

Бұл талдау нәтижелерінен авторлар «зерттеушілік іс-әрекет» ұғымын «шығармашылық іс-әрекет»; «жаңа білімді игеру»; «зерттеушілік дағды»; «зерттеу процесінің маңыздылығы»; «алынған нәтиженің маңыздылығы», «оқушы - мұғалім өзара қатынасы»; «мәселелік жағдаят»; «оқыту»; «дербестіктің жоғары деңгейі», «ғылымилық қағида» ретінде тұжырымдайтынын көреміз.

Білім алушылардың зерттеушілік дағдылары қоршаған әлемдегі білім саласының алатын орнын айқындаудағы және жаңа білімді меңгерудегі іс-әрекеттерге қатысып, танымдық ізденімпаздық пен шығармашылық жұмыстарға, өзіндік іс-әрекеттері мен мазмұнына және ынталандыру әдістеріне байланысты болады. Білім алушылардың танымдық ізденімпаздығын дамытудағы зерттеушілік пен шығармашылық жұмыстарының нәтижелі болуына тақырыптық, жобалық, ғылыми танымдық, т.б. зерттеу жүргізу жұмыстары мүмкіндік береді.

Осы тұрғыда академик А.Е.Әбілқасымова білім алушылардың танымдық ізденімпаздығын қалыптастыру мен дамыту олардың пәнге деген қызығушылық, зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру, шығармашылыққа баулу, тәрбиелеумен байланысты екендігін айтады [60].

З.А. Исаева еңбегінде студенттердің болашақ қызметінде оқушылардың зерттеушілік жұмысын ұйымдастыруға кәсіби дайындығын қалыптастыруда оның мотивациялық, когнитивтік және операциялық компоненттерден құралғанын көрсеткен [61].

Ш.Т. Таубаева жалпы білім беретін мектеп мұғалімінің зерттеушілік мәдениетін қалыптастыру мәселесін қарастыра отырып, зерттеушілік дағдыға құбылыстар мен процестерді танып білуге деген белсенді іс-әрекеттері мен зерттеушілік қызметі, өзіндік белсенділігі жататынын айтады [62].

Біз жұмысымызда осы отандық және тағы басқадай шетелдік әдебиеттерді зерделеу барысында «зерттеу», «зерттеушілік дағды», «зерттеушілік қызмет», «зерттеушілік іс-әрекет» ұғымдарына әртүрлі анықтамалар бергенін айқындадық (3-кесте).

Кесте 3 - «Зерттеушілік дағды» ұғымына берілген түсініктемелер

№	Авторлар	Анықтамалар
1	2	3
1	Утешова М.А.	Зерттеу дағдысы – баланың қоршаған ортасын өз бетінше танып-білуге деген табиғи ынтасы негізінде құрылған оқытудың негізгі тәсілі. Зерттеушілік қызмет – жеке адамға бағытталған білім беру парадигмасын іске асырудың бір құралы [63].
2	Заир-Бек Е.С., Соляникова Ю.В.	Зерттеушілік қызметі – ғылыми және зерттеушілік іс-әрекеттерінің ұйымдастыру формасы, ал зерттеушілік іс-әрекет – жаңа білімді қалыптастыру, өңдеу және тарату қызметтерін қамтыған үдеріс [64].
3	Жексенбаева Ү.Б.	Оқушының зерттеушілік әрекеті, зерттеушілік әдебі тұлғаны толық қамтитын күрделі кіріктірілген білімі болады дей келе, осы екеуінен «зерттеушілік оқыту әдісі» пайда болатынын жазады. «Зерттеушілік оқыту» - баланың қоршаған ортасын өз бетінше танып білуге деген ынтасы негізінде құрылған оқытудың негізгі тәсілі. Оның мақсаты – оқушының адамзаттық мәдениеттің қай саласында болмасын, өз бетімен, шығармашылық жаңа іс-әрекет тәсілдерін игеруге дайындығы мен қабілетін қалыптастыру [65].
4	Аманбаева М.Б.	Зерттеушілік іс-әрекет жаңалықты оқу үдерісінде анықтауға, олардың байланыстары мен қатынастарын орнатуға, нақты фактілерді теориялық және эксперименттік тұрғыдан дәлелдеуге, заңдылықтарды анықтауға бағытталады. Студенттердің зерттеушілік іс-әрекеті – оның қабылдаған білім, білік, дағдыларын белгілі бір ғылыми айналымға байланысты қолдана алуы, өзін-өзі әлеуметтендіруге дайындық деңгейі болып табылады [66].

3-кестенің жалғасы

1	2	3
5	Амелина Н.С.	Зерттеу іс-әрекеті – бұл оқу-танымдық іс-әрекетімен зерттеу іс-әрекетінің бірлесуі, ал оқу-зерттеу қызметі - осы бірліктің сыртқы формасы [67].
6	Сартаева Н.	Бастауыш сыныптарда ақпараттық технологияны қолдану оқу үдерісін қарқынды жүзеге асыруға және оқушылардың ақпараттық-оқу әрекетін, оқу-ойын әрекетін, тәжірибелік-зерттеушілік іс-әрекетін, өзбетінше әрекетін ұйымдастыруға мүмкіндік беріп, оңтайлы жол ашады деп, - тұжырымдайды [68].
7	Ахатаева Ұ.Б.	Болашақ мамандарды бастауыш сынып оқушыларының зерттеушілік іс-әрекетін дамытуға даярлауда зерттеу кезеңдерін, зерттейтін мәселені көре білуін, мақсатты салыстыра, жіктеу, материалды құрылымдау, өздігінен бақылау, эксперимент жүргізе алу, өз көзқарасын, идеясының дұрыстығын түсіндіре және дәлелдей алу білігін қамтитын зерттеушілік әрекетті жүзеге асыру тәсілі ретінде қарастырады [69].
8	Бертон Р. Кларк (Burton R. Clark)	Зерттеу - оқыту-оқу арасындағы қарым-қатынастың идеалды тұжырымдамасы оқыту әдісі мен оқыту құралы ретінде қызмет ететін зерттеу қызметін көрсетеді [70].
9	Поддьяков А.Н.	Зерттеу іс-әрекеті – адамды қоршаған сыртқы ортадан жаңа мәліметтер іздестіру мен оларды табуға бағытталған белсенді әрекет [71].
10	Савенков А.И.	Зерттеу – бұл белгісіздікті іздеудің шығармашылық үдерісі. Зерттеушілік әдебі – аспаптар іздестіру, белгісізден белгіліге қарай бағытталған әрекет, ал зерттеуге оқыту – зерттеушілік әдебі негізінде құрылған оқыту түрі [72].
11	Бахтин М.М. (Bakhtin 1979)	Зерттеушілік қызмет - оқушылар мен мұғалімдердің қызметінде диалогты қамтамасыз етеді: басқа адамдармен ынтымақтастық, ұжымдық рефлексия арқылы бірлескен шығармашылық жұмыс арқылы өзара түсіністік пен ынтымақтастық [73].
12	Краевский В.В.	Зерттеушілік қызмет - бұрын белгісіз шешімі бар мәселеге шығармашылық, зерттеу тұрғысынан жауап іздеумен байланысты және ғылыми саладағы зерттеуге тән негізгі кезеңдердің болуын болжайтын әрекет [74].
13	Обухов А.С.	Зерттеушілік дағды – оқушыларды әлемді және осы әлемдегі өзін танып білуге итермелеу, яғни зерттеушілік іс-әрекет – екі субъектінің (мұғалім мен оқушының) белгісіздің шешімін табудағы шығармашылық процесі. Бұл процесте олардың арасында мәдени құндылықтары, дүниетанымы қалыптасады. Оқушылардың зерттеушілік іс-әрекетін ұйымдастырудың қажетті шарттарын анықтайтын негізгі ұғымдар: ізденіс, дербестік, ынта, практикалық әрекет, эксперимент, бірлескен жұмыс, белгісіздік, қайшылықтар, әртүрлі көзқарастар болып табылады [75].
14	Чикишева А.С.	Зерттеушілік дағды – ғылыми сипаттағы ізденістік іс-әрекет, ол құбылыстар, үдерістерді түсіндіруге, олардың арасындағы байланыстар мен қатынастарды орнатуға, фактілерді теориялық және эксперименттік тұрғыда негіздеуге, танымның ғылыми әдістерінің көмегімен заңдылықтарды анықтауға бағытталған, нәтижесінде субъективті сипат жеке тұлғалық маңызға ие [76].

3-кестенің жалғасы

1	2	3
15	Хуторской А.В.	Зерттеушілік іс-әрекет – «оқушылардың ғылыми іс-әрекеті» ... «оқу іс-әрекетінің белгілері: ол іс-әрекет субъектісімен жүзеге асырылады, оның жеке тұлғалық білім беру мүмкіндігі, жеке ерекшеліктері, уәждері мен мақсаттары негізінде жүзеге асады; субъект іс-әрекетінде субъективті қиындықтар мен мәселелерді туындатады, олар зерттеу жүргізуді жүзеге асыру үшін қажетті әдістер, құралдар және өзге шарттарды жеткілікті түрде меңгермегендікпен негізделген; жүзеге асырылып отырған іс-әрекет түріне сәйкес болып табылатын, субъект үшін жаңа білім беру өнімін құруға әкеледі [77].

3-кестедегі ғалым-педагогтердің берген тұжырымдарын зерделей келе, «дағды – үйренуге, дамытуға және үйренуге болатын неғұрлым нақты және шектеулі қабілет немесе әрекет тәсілі. Дағды адамның белгілі бір тапсырманы немесе әрекетті қалай орындай алатынын сипаттайды», ал зерттеушілік дағды деп – біз өзіндік таңдаумен, білім алушыларға қолжетімді материалмен зерттеудің амалдары және әдістерін қолданумен жаттығулар, әдет арқылы дамыған зияткерлік және практикалық дағдыларды білеміз.

Ғылымда зерттеушілік дағдыларды меңгерілген білім мен біліктердің жиынтығымен қамтамасыз етілген іс-әрекеттердің орындалуы болып түсіндіріледі. Зерттеушілік дағдылар – бұл зерттеу жүргізудің тәсілдері мен әдістері. Олар есептің шартындағы барлық мәліметтерді есепке алу және байланысын анықтау, олардың жүйелілігі мен қайшылығын айқындау; артық және жеткіліксіз мәліметтерді айқындау; шешімді табу қадамдарын есептің сұрақтарымен салыстыру; әрбір қорытындыны дәлелдеу; барлық мүмкін болатын дәлелдемелерді және олардың жеткіліктілігін анықтауға ұмтылу; есептің талабына сәйкес барлық мүмкін қорытындыларды шығаруға ұмтылу; есептің шешімін және оның талаптарына сәйкестігін байқап көру қажеттілігін қарастырады [78].

У.Ю. Кукардың пікірінше, зерттеушілік дағдыларды үш топқа бөлуге болады:

1) ақпараттық (қажетті ақпаратты өздігінен іздей, оны құрылымдай және сақтай білуі);

2) тәжірибелік-аналитикалық (зерттеу мәселесін тұжырымдай, зерттеу нысаны, пәні, мақсаты мен міндеттерін анықтай және болжамын ұсына білуі; талдай, жүйелей, жіктей, жалпылай, салыстыра, моделдей білуі; себеп-салдарлық байланыстарды орната білуі; бақылау, экспериментті жүргізе, сауалнама, тест жүргізе білуі; мәліметтерді өңдей білуі);

3) рефлексивтік (талдай білуі; болашақты құра білуі; шешуге білім жеткіліксіз есепті ойлай білуі) [79].

Мектеп мұғалімі және жоғары оқу орындарының оқытушылары бұл дағдыларды мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандарттарына сәйкес жүйелі түрде әрбір сабақта қалыптастыруы тиіс. Сондықтан қазіргі заманғы оқытушы білім алушылардың зерттеушілік іс-әрекетін ұйымдастырудың әдістері мен құралдары жиынтығын меңгеруі қажетті.

Математиканы оқыту барысында білім алушылардың зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың кейбір аспектілері ТМД елдерінің ғалым-әдіскерлері В.А. Гусев, В.А. Далингер, Н.М. Мочалов, Л.А. Михеев, О.В. Охтеменко, Е.В. Позднякова, А.Ю. Фадеев, С.Н. Чернышев, Е.Г. Шинкаренко және қазақстандық ғалым-әдіскерлер А.Е.Әбілқасымова, М.Есмұхан, И.Б. Бекбоев, Ә.К. Қағазбаева, А.М. Мүбараков, Л.Т. Искакова, Е.Ж. Смағұлов, Д. Рахымбек және т.б. еңбектерінде қарастырылған.

А.Е.Әбілқасымова «зерттеушілік дағды – білім алушының жеке шығармашылығына бағытталған әрекеті. Математиканы оқу барысында танымдық белсенділігін арттырудың ең қолайлы жолдары осы процесте оқушылардың зерттеушілік қызметін ұйымдастыру болып табылады. Зерттеу барысында оқушылардың математикаға деген тұрақты қызығушылығы қалыптасады, білім сапасы артады. Сонымен қатар, ауызша және жазбаша сөйлеу дағдыларын дамыту, әртүрлі ақпарат көздерімен жұмыс істеу, жоспар, реферат құру, ақыл-ой іс-әрекетінің дағдылары мен дағдылары дамиды, шығармашылық қабілеттердің элементтері қалыптасады», - дейді [60, б.68].

Есептерді шешудегі оқушының дағдылары, біліктілігі мен қабілеттері өзара байланысты: белгілі бір қабілеттер мен олардың дамуының белгілі бір деңгейі болмаса, ол біліктілік пен дағдыларды қалыптастыра алмайды, сонымен бірге оқушының белгілі бір дағдылары мен икемділігі болмаса, оның қабілеттерін тәрбиелеу және дамыту мүмкін емес. Алайда, қабілеттер тек оның қызметін сипаттайтын дағдылар мен біліктілігіне қарағанда оқушының тереңірек, жеке сипаттамасы болып табылады [80].

Егер ойлауды дамыту және оқушылардың ақыл-ой әрекеттерін игеру туралы қажетті қамқорлық көрінсе, онда оқу процесінің ең жоғары нәтижесіне қол жеткізіледі. Алайда, ойлауға үйрету, білімді білім беру және дамытушы оқыту функцияларының бірлігінде өз бетінше алу қажет. Сондықтан дамушы және дидактикалық зерттеу қызметін табу керек.

Зерттеу іс-әрекеті таным процесінде басым орын алады. Зерттеу іс-әрекетінің элементтерін қалыптастыру математикалық мәдениетті игеруге, нәтижесінде оқушылардың математикалық даму деңгейін арттыруға ықпал етеді.

Мектептегі математиканы оқыту процесін қарастыра отырып, В.А. Гусев шығармашылық қызметтің барлық көлемінен оның бір бөлігін - зерттеу іс әрекеті деп ажыратады. Шығармашылық әрекетті жаңа білім (не зерттелетін объект туралы жаңа білім, нақты зерттеу әдісі туралы жаңа білім) өнімі болып табылатын қызмет ретінде анықтай отырып, автор егер зерттеу іс әрекеті бір уақытта шығармашылық болса, онда ол процедуралық тұрғыдан өзгеше емес деп санайды. «Зерттеу іс-әрекетінің бұл түсіндірмесін оқуға қолдану қиын, өйткені бір жағынан оқушы үшін оқыту нәтижесі (яғни субъективті) әрқашан жаңа, ал объективті,керісінше, ондай емес».

Зерттеу іс-әрекеті бойынша В.А. Гусев студенттерді белгісіз фактілерді, теориялық білім мен іс-әрекет тәсілдерін ашуға жетелейтін іздеу сипатындағы әрекеттердің жиынтығын түсіндіреді. Автор өзінің эксперименттік оқулығында ақыл-ой әрекетінің әдістері бойынша міндеттерді жіктеуді ұсынды: міндет - синтезге сұрақтар; міндеттер-талдауға сұрақтар; стандартты міндеттер; оқу міндеттері; шығармашылық міндеттер және зерттеу тапсырмалары [81].

В.А. Гусевтің пікірінше зерттеушілік дағдының негізгі дидактикалық функцияларына мыналар жатады:

1) жаңа білімнің ашылуы. Ұғымдардың қасиеттерін белгілеу; математикалық заңдылықтарды анықтау; математикалық мәлімдеменің дәлелін табу;

2) зерттелетін білімді тереңдету. Анықтаманы алу; теореманы жалпылау; теореманың әртүрлі дәлелдерін табу;

3) зерттелген білімді жүйелеу. Ұғымдар арасындағы қатынастарды орнату; теоремалар арасындағы байланысты анықтау; оқу материалын құрылымдау [82].

В.А.Далингердің пікірінше «зерттеушілік дағды - алдын-ала белгісіз нәтижемен шығармашылық зерттеу мәселесін шешуге бағытталған және ғылыми жұмыста зерттеуге тән негізгі кезеңдердің болуын болжайтын қызмет», білім алушылардың оқу-зерттеу қызметін дамытуды қамтамасыз ететін оқу процесін ұйымдастырудың жалпы қағидаларына мыналар жатады:

1) оқытуға мотивтер мен ынталандырулар жасаудағы педагогикалық нұсқаулық;

2) зерттелетін объектіге қызығушылықты ояту;

3) білім алушыларды танымдық-іздестіру қызметінің қажетті әдістерімен қаруландыру;

4) оқытуда даралау қағидасын жүйелі түрде жүзеге асыру;

5) оқытудың техникалық және көрнекі құралдарын кеңінен қолдану;

6) компьютерлік технологияларды тәжірибеге енгізу және жүйелі пайдалану;

7) стандартты емес шешімдерді және ақпарат көздерін өз бетінше іздеуді қажет ететін шығармашылық тапсырмаларды әзірлеу;

8) білім алушылардың танымдық белсенділігі мен шығармашылық қабілеттерін дамытуға ықпал ететін дидактикалық және әдістемелік негізделген әдістерді біріктіру және біріктіру [83].

Н.В. Новожилова «зерттеушілік дағды – бұл білім алушылардың танымдық қабілетінің деңгейіне бейімделген ғылыми зерттеуге жақын процедуралар мен кезеңдерді сақтай отырып, оқушылардың әртүрлі объектілерді зерттеудегі қызметі ретінде анықталады. Оның негізгі мақсаты – білім алушылардың оқу іс-әрекетіне мотивацияны арттыру және білім беру процесінде жеке ұстанымын белсендіру арқылы шындықты игерудің әмбебап тәсілі ретінде зерттеу іс-әрекетін игеру.

Зерттеушілік дағдының міндеттері:

1) білім алушының білімге, пәнді терең зерттеуге деген қызығушылығын арттыру;

2) білім алушылардың ғылыми-зерттеу жұмыстарына бейімділігін, эксперимент жүргізу дағдыларын қалыптастыру;

- өз бетінше шығармашылық ойлау қабілетін дамыту;

- ғылыми әдебиеттерден өз бетінше жұмыс істеу дағдыларын дамыту, алынған мәліметтер әдістемесін оқыту және нәтижені талдау», - деп айтады [84].

Л.В.Форкунова зерттеу жұмысында мектеп пен жоғары оқу орындарының өзара әрекеттесуі негізінде математиканың қосымшасын оқыту барысында оқушылардың зерттеушілік құзыреттілігін қалыптастыру әдістемесін жасап, «зерттеушілік құзыреттілік», «зерттеушілік құзыреттілікті қалыптастыру» ұғымдарын нақтылаған. Оқушылардың зерттеушілік құзыреттілігін қалыптастырудың келесідей әдістемелік схемасын ұсынады:

1) математиканы оқыту процесінде қалыптасқан оқушылардың зерттеушілік құзыреттілігі элементтерін математиканың қосымшасы аймағына өзектендіру және көшіру;

2) зерттеу есептерін бірлесіп шешуде қалыптасқан құзыреттіліктерді жаңа элементтермен толықтыру.

Ол жұмысында оқушылардың зерттеушілік құзыреттілігін қалыптастыруға бағытталған мектеп пен жоғары оқу орындарында ұйымдастыру кезеңдері (ынталы оқушыларды айқындау, оқушыларды дайындау, зерттеу жұмыстарын орындау, қорытындылау) мен формаларын анықтаған [85].

Б.А.Викол математиканы тереңдетіп оқытуда зерттеу іс әрекетінің элементтерін қалыптастыру мәселесін қарастырады. Зерттеу іс әрекетенің анықтаушы қасиеттері ретінде автор келесі екеуін ажыратады:

1) іс жүргізу сипаттамасы, атап айтқанда, детерминизм немесе толық емес детерминизм, қызмет өнімін алу үшін қандай да бір жағдайда қандай іс-әрекеттер жасау керектігін білмеу (немесе дәл емес, толық емес білім); автор қажетті талап ретінде дербес шешім қабылдауды санайды;

2) өнімді сипаттама - жаңа білім алуға бағытталу.

Автор ғылыми-зерттеу іс-әрекетін шығармашылық қызметтің бір түрі ретінде қарастырады. Математиканы оқыту процесінде ғылыми-зерттеу іс әрекетінің басты рөлін математикалық мәдениетті игеруге және білім алушының математикалық даму деңгейін арттыруға ықпал ететіндігінде көреді. Негізгі элементтер ретінде автор келесі әрекеттерді қарастырады: тапсырманы ішкі тапсырмаларға бөлу; сыртқы әр түрлі міндеттердің құрылымдық ұқсастығын анықтау; есеп динамикасын көру; санауды ұйымдастыру [86].

«Оқу-зерттеу қызметі» және «ғылыми-зерттеу қызметі» ұғымдарын салыстырайық.

Логикалық құрылымдағы оқу-зерттеу іс-әрекеті, негізінен, ғылыми зерттеулерден ерекшеленбейді, дегенмен оның процесінде дәлелдемелердің қатаңдығы төмен болуы мүмкін.

Әдістемелік тұрғыдан алғанда, оқу-зерттеу іс-әрекетінің маңызды айырмашылығы-бұл мұғалімнің басқаруымен жүреді. «Оқу зерттеу қызметі» ұғымы бір мезгілде білім алушының қызметін де, білім алушының қызметін де қамтиды.

Зерттеу іс әрекетінің мақсаты жаңа білім алу болып табылатындықтан, жаңа білім арасынан мыналарды ажырату керек:

1) ғылыми зерттеу іс әрекетін сипаттайтын түбегейлі жаңа білім алу;

2) оқу зерттеу іс әрекетін сипаттайтын субъективті жаңа білім (осы субъект үшін жаңа болып табылатын білім).

Демек, оқу-зерттеу іс әрекеті шартты, субъективті сипатқа ие. Сондықтан оқу іс-әрекетінің түрі (зерттеу немесе жоқ) туралы мәселені оған кіретін тақырыпты (оқушыны) ескерусіз шешу мүмкін емес. Бір нәтижеге қол жеткізуге бағытталған оқу іс-әрекеті бір білім алушы үшін зерттеу болуы мүмкін, ал екіншісі үшін олай болмауы мүмкін. Оқу-зерттеу іс-әрекеті мұғалімнің басшылығымен жүзеге асырылады. Зерттеу мәселесін қою, зерттеу нысанын, тақырыбын анықтау, гипотеза жасау, зерттеу мақсаттары мен міндеттерін анықтау мұғалім мен білім алушының бірлескен жұмысының нәтижесі болып табылады; кейбір жағдайларда мұғалім оқушыға белгілі бір мәселені ұсынады.

Сонымен, дағды – үйренуге, дамытуға және үйренуге болатын неғұрлым нақты және шектеулі қабілет немесе әрекет тәсілі. Дағды адамның белгілі бір тапсырманы немесе әрекетті қалай орындай алатынын сипаттайды. Ал зерттеушілік дағды деп – біз өзіндік таңдаумен, білім алушыларға қолжетімді материалмен зерттеудің амалдары және әдістерін қолданумен жаттығулар, әдет арқылы дамыған зияткерлік және практикалық дағдыларды білеміз. Зерттеу іс әрекеті - бұл жаңа білім алудың немесе объектіні зерттеудің жаңа әдістері болып табылатын шығармашылық қызметтің бір түрі. Зерттеу іс әрекеті деп біз жаңа білім алуға бағытталған және алгоритмдер мен әртүрлі алгоритмдік рецептерді қолданбай жүзеге асырылатын кез-келген қызметті түсінеміз [53, б.221].

Кез-келген зерттеу дағдысы, егер ғылыми зерттеудің дидактикалық шарттары мен қағидалары орындалса ғана болады деген қорытынды жасауға болады.

Зерттеушілік дағдының дидактикалық шарттары - бұл жаңа білім алу немесе зерттеу мақсатына жету икемі. Бұл ғылыми білім алуға бағытталған әртүрлі танымдық тәсілдер мен практикалық амалдардың жиынтығы.

Оқу зерттеуінің негізгі функциясы - математиканың даму функциясын жүзеге асыру, оның барысында оқушылар математикаға тұрақты қызығушылық қалыптастырады; білім сапасы артады. Сонымен қатар, ауызша және жазбаша сөйлеу дағдылары, әртүрлі ақпарат көздерімен жұмыс істеу қабілеті, жоспар, реферат құру, сонымен қатар ақыл-ой қызметі дамиды, шығармашылық қабілеттердің элементтері қалыптасады [58, б.74].

Қазіргі уақытта жаңартылған білім мазмұнындағы мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандарттары енгізілуіне байланысты мектептегі білім беру процесінде өзгерістер жүріп жатыр. Стандарттың талабын орындау және оқушылардың дайындық деңгейіне қойылатын талаптардағы оқу нәтижелеріне табысты жету үшін мектеп мұғалімі келесідей негізгі дағдыларды меңгеруі тиіс: « ... білім алушылардың оқу-зерттеушілік және жобалық іс-әрекеттерін, олардың өзіндік жобаларды орындауын ұйымдастыру және қолдау» [4].

Болашақ мұғалімдерді дайындауда мұғалімнің мұндай кәсіби қызмет түрлеріне дайындығын қалыптастыруды жүзеге асыру қажетті. Мұндай жаңа міндет мұғалімді оқу-зерттеушілік іс-әрекетті жобалау, ұйымдастыру мен қолдауға дайындаудың мазмұндық және процессуалдық аспектілерін әзірлеуді және теориялық негіздеуді талап етеді. Сондықтан болашақ мұғалімдердің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру жоғары педагогикалық білім берудегі маңызды міндет болып табылады. Мұндай дағдылар студенттерге сыни ойлауды, тәуелсіздікті, аналитикалық қабілеттерді және зерттеу жүргізу қабілетін дамытуға көмектеседі.

Педагогикалық еңбектерде мұғалімдерді зерттеушілік іс-әрекеттерге дайындаудың жекелей аспектілері қарастырылған. Л.В. Дубицкаяның жұмысында мұғалімдерді мектеп оқушыларына ғылыми-жаратылыстану білім беруді жүзеге асыруға дайындаудың әдістемелік жүйесін жасаған және оның құрамында жобалық пен зерттеушілік іс-әрекетті қалыптастыруға бағытталған модуль ұсынылған [87].

Н.В. Сычкова студенттердің – болашақ мұғалімдердің классикалық университетте дидактикалық дайындау процесінде зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың тұжырымдамалық негізін жасаған. Ұсынылған модель болашақ мұғалімнің зерттеушілік дағдыларын дамытуды қамтамасыз етеді – «зерттеу іс-әрекетінің әдістері мен тәсілдерін саналы меңгеру және соның негізінде ғылыми-педагогикалық міндеттерді құрастыруға және өнімді шешуге мүмкіндік береді» [88]. Өкінішке орай, автор мұғалімнің білім алушылардың зерттеушілік іс-әрекетін ұйымдастыру дағдыларын дамытуды қарастырмайды.

П.В. Середенконың зерттеуінде болашақ мұғалімдердің оқушылардың зерттеушілік біліктігі мен дағдыларын қалыптастыруға дайындау мәселесі қарастырылған. Ол егер «мұғалімнің мектеп оқушыларының зерттеушілік дағдыларын дамытуға дайындығын оның кәсіби құзыреттілігінің құрамдас бөлігінің бірі ретінде танитын болсақ», онда педагогикалық кадрларды ғылыми-зерттеу жұмыстарына дайындау мәселесін шешуге болатынын атап көрсетеді.

Зерттеу жұмысында болашақ мұғалімнің оқушылардың зерттеушілік дағдыларын дамытуға дайындығын қалыптастырудың бірқатар психологиялық-педагогикалық шарттары көрсетілген, оның ішінде іргелі пәндерді тереңдетіп оқыту, арнайы психологиялық-педагогикалық дайындық, зерттеушілік іс-әрекетке үйретудегі әдістемелік дайындық, мектептегі міндетті педагогикалық практикадан өту барысындағы оқушылардың зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру бойынша әдістемелік дайындық [89].

Біздің ойымызша, болашақ математика мұғалімін оқушылардың зерттеушілік іс-әрекетін ұйымдастыруға дайындау мәселесін шешу үшін мектепте математиканы оқыту кезінде оқу және ғылыми-зерттеу іс-әрекетін жобалау және ұйымдастыру жүйесі және математика мұғалімінің оны жүзеге асыруға дайындығын дамыту әдістемесі қажет деп есептейміз.

Болашақ мұғалімдерді дайындау В.В. Краевский ұсынған бірізділікпен іске асырылатын қағиданы сақтауға негізделеді: теориялық модельдер – іс-әрекет жобалары – оқу процесін құрастыру – тәжірибеде жүзеге асыру [74, б.181].

Біз зерттеу жұмысымызда болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру қағидаларын айқындадық (4-кесте) [90].

Кесте 4 – Зерттеушілік дағдыны қалыптастыру қағидалары

Қағидалар	Сипаттамасы
Зерттеу ұғымын кеңінен түсіндіру қағидасы	Зерттеу дағдысы жағдайында «зерттеу» ұғымын тек эмпирикалық таныммен шектемей, оны кең ашу неғұрлым нәтижелі болатыны сөзсіз. Оның бірнеше себептері бар, оның бірі – «зерттеу» ұғымын жете түсінбеу. Көптеген әдіскерлер, пән мұғалімдері, «зерттеу» ұғымын тек эмпирикамен шектелетіндігіне сенімді, нәтижесінде олар зерттеулік білік пен дағдыға, тек соның көлеміндегі тәжірибелі танымға тікелей қатысты қызметті ғана жатқызады. Ал одан тыс тұрғандарды, мысалы: мәселелерді көре білу, өзіндік ізденіс нәтижесінде материалдарды жинақтай білу, тіпті басқалармен жазылған мәтіндерді талдау кезінде түпкілікті жаңа ақпарат таба білу олардың назарынан тыс қалады.
Жалпы зерттеу біліктері мен дағдыларының өзіндік құндылық қағидасы	Зерттеулік оқытуда білім алушының жалпы зерттеу білімдері мен дағдыларын дамыту мәселесі жеке танымдық іс-әрекеті емес, өмірдің ерекше стилін қалыптастырудың негізгі жолы ретінде танылады. Мұндай өмір сүру стилінде іздену белсенділігі алдыңғы жүргізуші орын алады. Жалпы зерттеу біліктілігі мен дағдылары табиғаттың қандай да бір қарапайым занды іс-әрекеттерін көрсетуге ғана емес, қазіргі өзгермелі өмірге сәйкес жеке тұлғаның үнемі ауыспалы қоршаған ортаға бейімделуінің маңызды тәсілі ретінде қарастырылады.
Пәнаралық байланыс қағидасы	Жеке ғылымда қолданылатын зерттеулік әдістер мен олар талап ететін зерттеу біліктігі мен дағдыларының өзіндік ерекшелігі – оларды бір ғана ғылыми пәнге жүктеп қою идеясын болдырмау. Зерттеулік ізденістің жалпы білік пен дағдыларын дамыту мәселесін тек бір пәнмен байланыстыру қате шешім болып табылады.
Тренингтерге сүйену қағидасы	Білім алушының когнитивті өрісін арнайы білімдермен байыту, оның зерттеулік ізденіс біліктері мен дағдыларын дамыту жұмысында дәстүрлі білім беруден өздігінше дербес, арнайы тренингтік сабақтар өткізу неғұрлым нәтижелі болады. Мұндай сабақтар зерттеулік ізденіс жағдайын қажет ететін арнайы білім алуға, барлық зерттеулік ізденістер мен дағдыларды өндеп, жүзеге асыруға мүмкіндік береді.
Импровизация қағидасы	Білім алушыларды арнайы біліммен оқытуға, олардың зерттеулік ізденіс біліктері мен дағдыларын дамытуға бағытталған сабақтарды жоспарлап жүргізу кезінде мұны қатаң, алдын ала өнделген алгоритм бойынша жасау мүмкін емес екенін ескеру қажет. Зерттеушілік дағды – шығармашылық іс-әрекет. Ол икемділікті, шешім таба білуді, жедел ойлауды қажет етеді. Сондықтан да мұнда импровизация сәттерінің болғаны дұрыс.

Н.А. Демченкова зерттеу жұмысында болашақ математика мұғалімінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың негізгі компоненттерін төмендегідей белгілеген.

Мазмұндық бөлім. Бұл бөлім жалпы білім мен арнаулы білім, дүниетанымдық, әдіснамалық, кәсіптік тұрғыда маңызды білім мен түсініктерді қамтиды.

Әрекеттік бөлім. Мұнда зерттеушілік дағдыны жоспарлаудың алғашқы біліктері; эксперименттік мәліметтерді алуды жоспарлау, және алынған мәліметтерді статистикалық өңдеу; жүргізіліп отырған зерттеу жұмысының мазмұны мен нәтижелерін жазбаша түрде де, ауызша баяндама-хабарлама түрінде де қысқа әрі дұрыс баяндау, өзін-өзі бақылай алу, зерттеушілік жұмысын реттей білу қамтылған.

Мотивациялық-жігерлілік бөлімі. Зерттеушілік дағдыда мотивациялық бағыттылықтың жоғары болуы аса маңызды, ол алға қойылған мақсатқа жетуге деген ерекше қызығушылықпен, оның шешімін табу жолдарын белсенді түрде іздестірумен сипатталады. Зерттеушілік дағдының нәтижелілігіне баланың ерік-жігерінің де ықпалы зор. Табандылық, қиындықтан қажымай алға қойған мақсатынан айнымастан бастаған ісін аяғына дейін жеткізе білу, батылдық – мұның бәрі ғылыми зерттеушілікпен шұғылданушы бойынан табылатын қасиеттер.

Ақпараттық бөлім. Жаңа ақпараттық технологиялар біл алушының зерттеушілік тиімді әрекеттерін қамтамасыз ететін ажырағысыз бөлшегі болып табылады. Жаңа ақпараттық технологияларды қолдану деңгейі түрліше болуы мүмкін: компьютерлік техника мен оның қосалқы жабдықтары көмекші құрал есебінде пайдаланылатын зерттеушілік және зерттеу-жобалаушылық жұмыстар; компьютерлік техника мен оның қосалқы жабдықтары зерттеу жұмыстарын орындаудың негізгі құралы болып табылатындары. Мұндай жұмыстар ғылыми жаңалығы мен жаңа технологияларды қолдану деңгейі жағынан әртүрлі болуы ықтимал.

Дүниетанымдық бөлім. Зерттеушілік дағдының маңызды тәрбиелік жағы – оқушылардың дүниетанымын айқындайтын көзқарас, ұстаным, арман-мүдделері мен түсініктерінің қалыптасуы. Білім алушылардың бойында берік орнаған білім дүниетанымдық қызметін ең әуелі олардың табиғатқа, ғылымға, техника әлеміне құндылықтық қарым-қатынасын әлеуметтік-саяси, экономикалық, экологиялық және қоғамдық дамудың өзге жақтарын ұғынуға байланысты қолданбалы зерттеулер жүйесінде тәрбиелеу үдерісінде атқарады [91].

Жоғары оқу орындарында студенттердің оқу процесіндегі зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың теориялық негіздері келесі аспектілерді қамтуы мүмкін демекпіз:

- ғылыми зерттеу әдістерін оқыту: студенттер ғылыми зерттеудің негізгі қағидалары мен әдістерімен, соның ішінде зерттеу сұрақтарын қою, гипотезаларды әзірлеу, деректерді жинау және талдау, нәтижелерді түсіндіру және ғылыми есептерді құрастырумен танысуы керек. Бұл ғылыми әдістің негіздерін, олардың белгілі бір білім саласындағы зерттеу әдістемесін зерттеуді қамтиды;

- сыни ойлауды дамыту: зерттеу дағдыларын қалыптастырудың маңызды аспектісі студенттердің сыни ойлауын дамыту болып табылады. Олар ақпаратты талдауға және бағалауға, логикалық қорытынды жасауға, әртүрлі көздерден алынған деректерді салыстыруға және синтездеуге және өз идеяларын дәлелдеуге үйренуі керек;

- әдебиеттермен және ақпарат көздерімен жұмыс: студенттер ғылыми мақалалар, кітаптар, мәліметтер базасы және интернет-ресурстар сияқты әртүрлі ақпарат көздерін тиімді зерттеуді және пайдалануды үйренуі керек. Олар дереккөздердің сенімділігі мен сенімділігін талдау және бағалау дағдыларын дамытуы керек;

- ғылыми коммуникацияны оқыту: студенттер өздерінің зерттеу нәтижелерін тиімді байланыстыруды үйренуі керек. Бұған ғылыми мақалалар жазу, презентациялар жасау, пікірталастарға қатысу және аудитория алдында өз идеяларын дәлелдеу мүмкіндігі кіреді. Сондай-ақ студенттерді бірлескен топтарда жұмыс істеуге және басқа зерттеушілермен тиімді қарым-қатынас жасауға үйрету маңызды;

- жүйелі және дәйекті оқыту: зерттеу дағдыларын қалыптастыру жүйелі және дәйекті оқытуды қажет етеді. Студенттерге бүкіл оқу кезеңінде зерттеу дағдыларын біртіндеп дамытуға және тереңдетуге мүмкіндік беру маңызды. Бұл шағын ауқымды ғылыми жобаларды жүргізу тәжірибесін, ғылыми конференцияларға, семинарларға және ғылыми үйірмелерге қатысуды қамтуы мүмкін;

- ғылыми белсенділікті насихаттау және тәлімгерлік: студенттерді ғылыми белсенділікке және өз бетінше зерттеу жұмысына ынталандыратын ортасын құру маңызды. Тәжірибелі зерттеушілер мен оқытушылардың тәлімгерлігі студенттерге өз дағдыларын дамытуға және олардың зерттеу күштерін бағыттауға көмектесуде маңызды рөл атқара алады;

- технологиялар мен құралдарды пайдалану: заманауи технологиялар мен құралдар зерттеу дағдыларын қалыптастыру процесін айтарлықтай жақсарта алады. Бұған нақты ғылыми ақпаратқа қол жеткізу және жобалармен бірлесіп жұмыс істеу үшін деректерді талдау, статистикалық пакеттер, онлайн ресурстар үшін арнайы бағдарламалық құралды пайдалану кіреді.

Жалпы, студенттердің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру сыни ойлауды дамытуға, ақпарат пен көздермен жұмыс істей білуге, ғылыми коммуникация мен жүйелі оқытуға негізделген. Теориялық білім мен практикалық тәжірибені біріктіру, сондай-ақ оқытушының қолдауы осы дағдыларды дамытуға және студенттердің зерттеу мәдениетін қалыптастыруға ықпал етеді.

Г.И. Саранцев студенттердің белсенділігін, дербестігін және шығармашылық қабілетін дамыту үшін студенттердің оқу-зерттеу және ғылыми-зерттеу жұмысы пайдаланылатынын айтады. Студенттің оқу, ғылыми зерттеу іс әрекеті оқу-тәрбие процесінің жүйесіне кіреді және негізінен семинарлық және зертханалық-практикалық сабақтарда жүзеге асырылады. Студенттердің ғылыми-зерттеу жұмыстарының (СҒЗЖ) мақсаты – теориялық білімді тереңдету және әртүрлі ғылыми мәселелердің шешімдерін іздеу әдісін меңгеру. Осыған байланысты СҒЗЖ проблемалық оқытумен тығыз байланысты [92].

Ғылыми-зерттеу қызметі дербес жүзеге асырылады. Мұндай қызметті басқару мүмкін, бірақ міндетті емес.

Зерттеу қызметінің ерекшелігі - оқу процесінде оның әр түрлері көбінесе мұндай болуды тоқтатады, алгоритмдік сипаттағы қызметке ауысады [20, б.171].

З.Г.Борчугова студенттерді, болашақ математика мұғалімдерін зерттеу дайындығының мазмұнын анықтау кезінде пән мұғалімінің қызметіне кәсіби көзқарасқа сүйенеді. Оның негізінде автор келесі зерттеу білімдерін анықтайды.

Оған сүйене отырып, автор студент меңгеруі тиіс мынадай зерттеу білімін, іскерлігін және дағдыларын бөліп көрсетеді:

1) педагогикалық зерттеулердің негізгі әдістерін білу;

2) педагогикалық процестер мен құбылыстарды бақылау және талдау, сабақты талдау қабілеті;

3) күрделі емес педагогикалық эксперимент жүргізу қабілеті;

4) мақалалар мен кітаптарды аннотациялау және рецензиялау қабілеті;

5) озық тәжірибені меңгеру қабілеті;

6) анықтамалық әдебиетпен жұмыс істеу дағдылары [93].

Л.В.Виноградова математика пәні бойынша оқушылардың проблемалық оқуын ұйымдастырумен байланысты мұғалімнің дағдыларының келесі түрлерін ажыратады:

1) әртүрлі деңгейдегі мәселелерді қою мүмкіндігі;

2) жаңа тақырыпты зерделеу алдында озық есептерді қолдана білу (зерттелетін теорияның практикалық қосымшаларын білу);

3) мәселені кіші мәселелерге бөлу мүмкіндігі;

4) артық және толық емес шарттармен, шешімі жоқ, шешілмеген сұрақпен, шектеулермен (мысалы, сызу құралдарын пайдалану және т. б.) есептерді құру мүмкіндігі.);

5) оқушылардың жіберген немесе мұғалімнің әдейі жасаған қателіктерін талдай білу, сондай-ақ оқушылардың қателіктерін болжай білу [94].

Сонымен, студенттердің зерттеушілік дағдысын қалыптастыруды нәтижелі ұйымдастыру үшін педагогтер зерттеушілік дағдыны қалыптастыру қағидаларын ескеруі қажет деп ойлаймын. Білім алушыларға зерттеу ұғымын кеңінен түсіндіру және олардың зерттеу қабілеттерін дамыта білу педагогтердің кәсіби шеберліктерін қажет етеді.

Д. Пойаның пікірінше «математикадағы зерттеушілік дағды – тек білім алудан гөрі маңызды. Барлығы орта мектеп оқушыларын математикалық біліммен қамтамасыз етіп қана қоймай, олардағы дағдыларды дамытуды талап етеді: Тәуелсіздік, өзіндік ерекшелік, шығармашылық қабілеттер. Алайда, математика мұғалімінен шығармашылыққа ешкім талап етпейді – себебі парадокс болар еді. Бірақ егер мұғалімнің өзі ешқашан қандай-да бір шығармашылық жұмыспен, ғылыми ізденушілікпен айналыспаса, онда ол өз оқушыларының шығармашылық белсенділігін қалай шабыттандыруға, басқаруға, көмектесуге немесе тіпті тіркеуге болады? Барлық математикалық білімі логикалық ойлау арқылы алынған мұғалім өз оқушыларының пәнді белсенді зерттеуіне ықпал ете алмайды» [6, б.48].

А.А. Миршоев зерттеу жұмысында математиканы оқытуда білім алушылардың зерттеушілік құзыреттілігін қалыптастыруда мәселелік ахуал туғызу басты мәселе болып табылады.

Мәселелік ахуал туғызудың дидактикалық негіздерін келесідей ережелер құрайды: мәселелік сұрақтарды сыныптағы оқушылардың көпшілігінің білмеуі; мәселелік сұрақтарды шешуде оқушылардың ой-саналарында қалыптасқан білім қорын пайдалану; ол жетіспеген жағдайда жаңа теориялық мәліметтерді (ұғымдарды) іздестіру. Мәселелік сұрақтарды шешуге қажетті ахуалдар оқу материалдарындағы теориялық мәселелер мен өмір тәжірибесі (теория мен практика) арасында қайшылықтар болған жағдайда туындайды. Нақтылап айтқанда, мәселелік ахуалдар келесідей жағдайларда туындайды:

а) теориялық негіздеуді керек ететін практикалық есептерді шешу кезінде;

ә) есепті шешудің әдісін іздеу кезінде ;

б) эксперимент жасау кезінде;

в) көрнекі құралдарды пайдалануда;

г) ғылыми таным әдістерін пайдалану кезінде (ұқсастық, жалпылау және т.б.);

ғ) тарихи шолу жасауда;

д) лабораториялық және өлшеу жұмыстарын жүргізуде;

е) қызықты сюжеттерді пайдалануда;

ж) берілген тақырып бойынша есептер құрастыру кезінде.

Мұғалім оқушыларға мәселені зерттеулер жүргізу негізінде өз бетінше шешулері үшін оларға теориялық және практикалық тапсырмалар береді. Оқушылар бұрын ғылымда шешімін тапқан, бірақ оларға таныс емес мәселелерді шешу жолдарын іздестіреді. Бұл жағдайға оқушылардың танымдық іс-әрекеті ғылыми шындықты ашатын ғалымдардың зерттеу іс-әрекеттеріне жақындайды, яғни оқушылардың зерттеу қызметі ғалымдардың ғылыми қызметтері сияқты келесідей кезеңдерге бөлінеді: бақылау, фактілерді жинау және оларды талдау, жазып жинақтау және т.б. Қандай да бір мәселені шешу үшін оқушыда зерттеушілік білік болуы керек, ал оны қалыптастыру теориялық-практикалық тұрғыдан негізделген арнайы әдістемелік жүйе арқылы жүзеге асырылатыны сөзсіз» [95].

М.А. Утешова диссертациялық жұмысында оқушылардың оқу-зерттеу жұмыстарын ұйымдастыруға арналған материалдарды (тақырып, сабақ кезеңдері бойынша) таңдаудың критерийлерін ұсынады (5-кесте) [63, б.39].

Біз зерттеу жұмысымызда болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларының қалыптасу деңгейлерін анықтауға тырыстық.

Кесте 5 – Оқушылардың зерттеу жұмыстарын ұйымдастыруға арналған материалдарды таңдау критерийлері

№	Зерттеу жұмысын ұйымдастыру материалын таңдау критерийлерінің тобы	Сабақ кезеңдері бойынша деңгейлер критерийлерінің тобы
1	Белгілі бір деңгейге қатысты жүргізілетін зерттеуге арналған тақырыпты таңдау критерийлері	1) математикалық қызметтің (іс-әрекеттің) үш кезеңін (ЭМ, ЭММ, ЭМЛЖ) нақты бөліп көрсету мүмкіндігінің бар болуы; 2) зерттеу объектісінің бірнеше ерекшелігінің болуы; 3) нәтижеге жетудің көпсатылы болуы: мәселелерді мұғалім қояды, оқушылар оларды шешу үрдісіне қатыстырылады; 4) нәтижеге жетудің көпсатылы болуы: оқушылар «микромәселелерді» өздері құрады және шешеді; 5) қарастыратын материалдың пәннің басқа бөлімдеріндегі материалдармен және басқа пәндердің материалдарымен байланыстарының бар болуы.
2	Сабақтың белгілі бір құрылымдық кезеңдеріне қатысты немесе сабақтың типіне байланысты материалдарды таңдау критерийлері	1) жаңа сабақ түсіндіру кезеңі: а) материалды игеруде математикалық қызметтің үш кезеңін нақты бөліп көрсету мүмкіндігінің болуы; ә) мұғалім үшін тұжырымдалған мәселені, туындаған мәселелік ахуалды оқушылардың бұрынғы алған білімдері негізінде олардың өздерін қатыстыра отырып шешуге болатыны белгілі жағдайдың болуы; 2) жаңа білімді бекіту кезеңі: жаңа материалды түсіндірер алдында шешімі жаңа материалды игергеннен кейін және соған негізделген мәселелік ахуал туғызуға мүмкіндіктің болуы; 3) сабақта оқушылардың білім деңгейін тексеретін кезеңі: материалдарды софизм, математикалық парадокс түрінде беруге болатындығы.

Алдымен мектеп оқушыларының зерттеушілік дағдыларының қалыптасу деңгейлерін қарастырайық. Қазақстан Республикасы Оқу-ағарту министрінің 2022 жылғы 3 тамыздағы № 348 бұйрығымен бекітілген «Негізгі орта және жалпы орта білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарттарында» оқушылардың дайындық деңгейлеріне қойылатын талаптар анықталған [4].

Оқыту мақсатының иерархиясы мәселелерін зерттеген американдық ғалым Б.С. Блум таксономиясы білім алушылардың білімді меңгерудің және зерттеушілік дағдысының қалыптасуының алты деңгейлі тізбегін ұсынады: білу; түсіну; қолдану; талдау және жинақтау; бағалау [96].

Осы деңгейлерді оқушылардың зерттеушілік дағдысының қалыптасуына қарай бөлсек, төменгі деңгейге білуді, орташа деңгейге түсіну мен қолдануды, жоғарғы деңгейге талдау, анализ, синтез және бағалауды жатқызамыз (6-кесте).

Кесте 6 – Бенджамин Блум таксономиясы

Оқу мақсаттарының негізгі категориялары	Оқушылардың нәтижелерінің сипаттамасы	Шамамен алынған тапсырмалар (оқу мақсаттары)	Білім және ойлау деңгейлері
1	2	3	4
1. Білу. Бұл категория игерілген материалды есте сақтау және еске түсіруді білдіреді. Әңгіме әртүрлі мазмұнда болуы мүмкін – нақты деректерден тұтас теорияға дейін. Бұл категорияның жалпы ерекшелігі – тиісті мәліметтерді еске түсіру.	- қолданылатын терминдерді; - нақты деректерді; - әдістер мен рәсімдерді; - негізгі ұғымдарды; - ережелер мен қағидаларды біледі.	Анықтау, қайталау, атап көрсету, атап шығу, еске түсіру, атау, ара қатынасын белгілеу, ерекше көңіл аудару.	Т ө м е н г і
2. Түсіну. Игерілгеннің мәнін түсіну көрсеткіші, материалды бір түрден басқа түрге ауыстыру болуы мүмкін, оны бір «тілден» басқасына «аудару». Түсіну көрсеткіші ретінде сондай-ақ оқушының материалды түсіндіруі (түсіндіру, қысқаша баяндау) немесе құбылыстар мен оқиғалардың болашағы туралы болжауы болуы мүмкін. Мұндай оқу нәтижелері материалды қарапайым есте сақтаудан басым болады.	- деректер, ережелер және қағидаларды түсінеді; - ауызша материалды түсіндіреді; - схемалар, графиктер және диаграммаларды түсіндіреді; - ауызша материалды математикалық өрнектерге түрлендіреді; - қолда бар деректерден туындайтын алдағы зардаптарды шамамен суреттейді.	Аудару, қайта тұжырымдау, суреттеу, айырып тану, түсіндіру, білдіру, айыру, орыны-орнына қою, баяндау, айтып беру, графикті оқып шығу, суретті түсіндіру, өз сөзімен түсіндіру, салыстыру, айырманы көрсету, салыстыру, мысал келтіру.	О р т а ш а
3. Қолдану. Бұл категория игерілген материалды нақты талаптар мен жаңа жағдайларда пайдалана білуді көрсетеді. Мұнда ережелерді, әдістерді, ұғымдарды, қағидаларды, заңдарды, теорияларды қолдану кіреді. Оқытудың тиісті нәтижелері түсінуге қарағанда материалды меңгерудің жоғарырақ деңгейін талап етеді.	- жаңа жағдайларда ұғымдар мен қағидаларды пайдаланады; - нақты тәжірибелік жағдайларда заңдарды, теорияларды қолданады; - әдістің және рәсімнің дұрыс қолданылуын көрсетеді.	Түсіндіру, қолдану, қосу, пайдалану, көрсету (жұмыс қағидалары мен тәртібін), ережелерді сақтап орындау (рөлді оындау), үйреніп көру, безендіру, идеяларға сүйену (идеяларды пайдалану), жазбаша көрсету, ретке келтіру, схема түрінде көрсету.	О р т а ш а

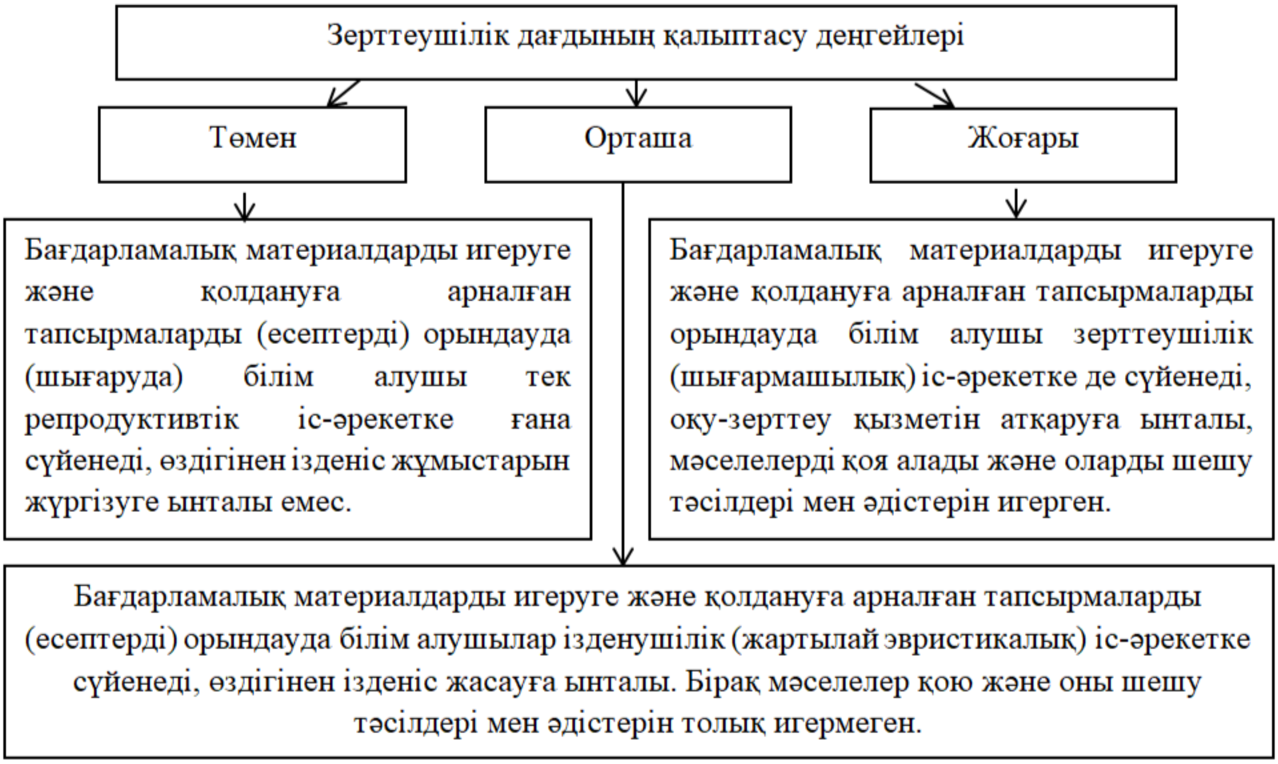
6-кестенің жалғасы

1	2	3	4
4. Талдау. Бұл категория құрылымы анық көрініп тұратындай етіп материалдар-ды құраушыларға бөле білуді көрсетеді. Бүтінді бөліктерге мүшелеу, олардың арасындағы өзара байланыстарды айқын-дау, реттеу қағидалары жатады. Оқу нәтижелері бұл арада оқу материалы сияқты оның ішкі құрылысын да ұғынуды талап ететіндіктен, түсіну мен қолдануға қарағанда жоғары-рақ деңгеймен сипатталады.	- бүркеме (айқын емес) сөйлемдерді атап көрсету; - ойлау логикасындағы қателер мен кемшіліктерді көру; - деректер мен салдарлар арасында айырма жасау; - деректердің маңыздылығын бағалау.	Атап көрсету, талдау, бөлу, бағалау, есептеу, тәжірибеден өткізу, тест алу, салыстыру, қарама-қарсы қою, сынау, диаграммалау, қадаға-лау, пікір алысу, түген-деу, сұрастыру, бөлік-тердің ара қатынасын белгілеу, шешу, емтихан алу, категориялау, бөлік-терге бөлу, себептері мен салдарларын анықтау, аргументтеу.	Ж о ғ а р ы

Оқытудың мақсаттар иерархиясына сәйкес академик В.П.Беспалько да оқушылардың білімді қабылдауының төрт деңгейлі педагогикалық кешенін ұсынып, белгілі бір шамада оқушы тәжірибесінің даму деңгейін көрсететін танымдық іс-әрекетті меңгерудің төрт деңгейін анықтағаны белгілі [97].

Осы тұжырымдарға сәйкес болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптасу деңгейлерін анықтадық және деңгейлер көрсеткіштері төмен, орташа және жоғары деп белгіленді (2-сурет).

Студенттердің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыруды ұйымдастырудың негізгі формасы сабақтың ең басты мақсаты болуы керек. Математиканы дәстүрлі оқытуда оқытушы студенттерге дәріс сабағында ақпаратты дайын күйінде беруі әбден қалыптасқан жүйе. Бірақ бұл жолмен студент-болашақ мұғалімнің зерттеушілік іс-әрекетін ұйымдастыру мүмкін емес. Студенттердің зерттеушілік іс-әрекеттерін ұйымдастырудың басты құралдарының бірі – арнайы дайындалған тапсырмалар (есептер) топтамалары мен жүйелері болып табылады. Себебі есеп – бұл оқу мен өмірдің, теория мен практиканың байланысын көрсететін, оқушыға оқудың маңызын, қажеттігін түсіндіретін және де ең маңыздысы, оның ойлау қабілетін дамытатын құрал. Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудағы есептердің орны мен маңыздылығы туралы келесі параграфта қарастырамыз.



Сурет 2 – Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларының қалыптасу деңгейлері

Болашақ математика мұғалімдерінде зерттеу дағдыларын қалыптастыру күрделі және көп деңгейлі процесс. Оның негізгі мазмұны келесі компоненттерді қамтиды:

Теориялық дайындық: бұл ғылыми әдістеменің негіздерін зерттеуді, соның ішінде зерттеу сұрақтарын қоюды, әдеби шолу жүргізуді, зерттеу әдістерін таңдауды, зерттеу нәтижелерін түсіндіруді және ұсынуды қамтиды.

Практикалық дайындық: бұл зерттеулер жүргізу үшін қажетті дағдыларды дамытуды қамтиды. Бұған математикалық модельдермен жұмыс істеу, деректерді талдау, статистикалық бағдарламалық жасақтаманы пайдалану және басқа әдістемелік дағдылар кіруі мүмкін.

Педагогикалық дайындық: болашақ математика мұғалімдері өздерінің зерттеу дағдыларын оқу ортасында қолдануды үйренуі керек. Бұл студенттерге арналған ғылыми жобаларды әзірлеуді, оқу тәжірибесін жақсарту үшін зерттеулерді пайдалануды және зерттеулердің оқыту мен оқуға әсерін бағалауды қамтуы мүмкін.

Сыни ойлауды дамыту: зерттеу дағдыларын қалыптастырудың негізгі мақсаттарының бірі-сыни ойлауды дамыту. Бұған зерттеу жұмысының сапасын бағалау, зерттеу нәтижелерін сыни тұрғыдан талдау және зерттеу нәтижелерін өз тәжірибеңізге қолдану мүмкіндігі кіреді.

Ғылыми қарым-қатынас: болашақ математика мұғалімдері ғылыми қарым-қатынас дағдыларын дамытуы керек, соның ішінде ғылыми мақалалар жазу, зерттеу нәтижелерін ұсыну және әріптестерімен және жалпы жұртшылықпен өз зерттеулері туралы сөйлесу.

Кәсіби даму: ақырында, зерттеу дағдыларын қалыптастыру үздіксіз кәсіби дамуды қамтиды. Бұл зерттеу саласындағы білім мен дағдыларды үнемі жаңартып отыруды, ғылыми конференциялар мен семинарларға қатысуды және ғылыми қауымдастықтармен өзара әрекеттесуді білдіреді.

Этикалық зейін: болашақ математика мұғалімдері ғылыми зерттеулердегі этикалық стандарттар мен нормаларды түсінуі керек. Бұл қатысушылардың құпиялылығы мен анонимділігі туралы сұрақтарды қамтуы мүмкін, академиялық адалдықты сақтау, және ғылыми зерттеудің қоғамға әсерін түсіну.

Пәнаралық: математикадағы зерттеу дағдылары көбінесе басқа пәндерден білім мен дағдыларды қажет етеді. Мысалы, математикалық білім беру саласындағы зерттеулер психологиядан, әлеуметтанудан және педагогикадан білімді қажет етуі мүмкін. Болашақ математика мұғалімдері зерттеуге пәнаралық көзқарасқа дайын болуы керек.

Бейімделу және икемділік: зерттеу жұмысы көбінесе бейімделу мен икемділікті қажет етеді. Болашақ математика мұғалімдері жаңа мәліметтерге немесе жағдайларға жауап ретінде зерттеу сұрақтарын, әдістерін немесе интерпретацияларын өзгертуге дайын болуы керек.

Ынтымақтастық және топтық жұмыс: ғылыми зерттеулер көбінесе командаларда жүргізіледі. Мұғалімдер тиімді ынтымақтастық пен командалық жұмыс дағдыларын, соның ішінде коммуникацияны, жауапкершілікті бөлуді және сындарлы сынды дамытуы керек.

Зерттеу көшбасшылығы: болашақ математика мұғалімдері де зерттеуде көшбасшылық дағдыларын дамытуы керек. Бұған ғылыми жобаны басқару, Жас зерттеушілердің тәлімгерлігі және олардың оқу орнындағы зерттеу саясаты мен тәжірибесіне әсері кіруі мүмкін.

Бұл зерттеу дағдыларын қалыптастыру ресми және бейресми білім беруді, өзін-өзі зерттеуді, тәлімгерлікті және практикалық тәжірибені қамтуы мүмкін оқыту мен оқытудың стратегиялық тәсілін қажет етеді.

Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеу дағдыларын қалыптастыру міндеттеріне мыналар жатады:

Ғылыми әдістеме негіздерін оқыту: студенттер гипотезаларды тұжырымдауды, зерттеулерді жобалауды, деректерді жинау мен талдауды, нәтижелерді түсіндіру мен ұсынуды қоса алғанда, ғылыми зерттеудің негізгі қағидалары мен әдістерін түсінуді дамытуы керек.

Практикалық зерттеу дағдыларын дамыту: студенттер ғылыми әдістерді практикада қолдануды үйренуі керек, соның ішінде статистикалық және басқа аналитикалық құралдарды қолдану, эксперименттер немесе зерттеулер жүргізу.

Оқу ортасында зерттеу дағдыларын қолдануға үйрету: студенттер өздерінің педагогикалық тәжірибелерін жақсарту үшін, соның ішінде сыныпта зерттеу жобаларын әзірлеу және енгізу үшін зерттеулерді пайдалануды үйренуі керек.

Сыни ойлау мен аналитикалық қабілеттерді дамыту: Студенттер зерттеу әдебиеті мен деректерін сыни тұрғыдан талдау қабілетін дамытып, мәселелерді шешу үшін ғылыми қағидаларды қолдануы керек.

Ғылыми қарым-қатынасты оқыту: студенттер ғылыми идеялар мен нәтижелерді, соның ішінде ғылыми мақалалар жазуды және конференцияларда немесе басқа қоғамдық форумдарда өз жұмыстарын таныстыруды тиімді қарым-қатынас жасау дағдыларын дамытуы керек.

Кәсіби дамуды қолдау: студенттер ғылыми зерттеулерде үздіксіз оқыту мен дамудың маңыздылығын түсінуді дамытып, әрі қарай білім алу мен кәсіби өсу мүмкіндіктерін іздеуді үйренуі керек.

Сонымен, болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру нәтижесінде:

- математиканы оқуға және ғылыми-зерттеуге ынталанып, қызығушылығы күшейеді;
- стандартты емес жағдайларда тез шешім қабылдау қабілеті артады;
- болашақ қызметте математиканы және пәнаралық байланыстар бойынша білімді жүзеге асыру қабілеті қалыптасады демекпіз.

1.3 Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудағы олимпиадалық есептердің рөлі мен орны

Білім алушылардың зерттеушілік дағдысы негізінде олардың өздігінен оқып-білуі, яғни зерттеушілік іс-әрекеті жатыр. Сондықтан олардың оқу-зерттеушілік іс-әрекеті – зерттеушілік сипаттағы негізгі кезеңдері болатын алдын ала шешімі белгісіз шығармашылық, яғни зерттеу есептерін шешумен байланысты оқытушының жетекшілігімен білім алушылардың қызметі болып табылады.

Білім алушылар математикадан зерттеу есептерін шешу процесінде танымдық қызығушылықтары мен құзіреттіліктерін дамыту, есептерді және басқа да ғылыми-зерттеу жұмыстарын дайындауда өз бетінше жаңа білімді меңгеру қажет. Қазіргі заманауи мектептерде оқу процесін ұйымдастырудың негізгі қағидаларының бірі білім алушылардың жобалау және зерттеушілік дағдыларын дамытуда жүйелілікті қамтамасыз ету болып табылады.

Математиканы оқыту процесінде білім алушылардың зерттеушілік іс-әрекеті мен дағдыларын қалыптастыруда математикалық зерттеу есептерінің, оның ішінде олимпиадалық есептердің алатын орны ерекше.

Олимпиадалық есептер өз атауын оқушылар мен студенттерге арналған математикадан жарыстар – математикалық олимпиадалар, «Кенгуру» халықаралық математикалық конкурсы, математикалық регата, Архимед турнирі, Президенттік олимпиада, жалпы білім беретін пәндер бойынша мектепішілік, аудандық, облыстық, республикалық олимпиадалар және т.б. қалыптасқан. Олимпиадалық есептер стандартты емес шешімдерімен және дайын немесе алгоритмдік үлгінің жоқтығымен сипатталады. Мұндай есептерді шығарудағы мақсат – болашақ математиктердің бойында шығармашылық, тривиалды емес ойлау, мәселеге әр қырынан қарай білу сияқты қасиеттерді дамыту болып табылады [98].

Біз математикадан білім алушылардың зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың құралы ретінде «олимпиадалық есеп» ұғымына толығырақ тоқталайық.

Математикалық есептердің сипаттамасының теориялық негіздемесі Ю.М. Колягин ұсынған «есеп» категориясының түсіндірмесінде, А. Крупичтің есептерді шығаруға үйретудің теориялық негіздерінде, Г.А. Баллдың есептер теориясында, А.Е. Әбілқасымованың есептерді шығаруды оқытудың негіздерінде тұжырымдалған.

А.Е. Әбілқасымова мен Е.А. Тұяқов математикалық есептерді шығару әдісіне қарай екі түрге бөліп қарастырған:

1) стандартты (алгоритмдік) – оны шығару үшін осы есептің шарттарына математикада (алгоритмде) белгілі есептерді шығару тәсілін қолдану жеткілікті. Әдетте математикада мұндай алгоритм анықтама, формула, теорема, нәтиже, ереже т.б. және көбінесе оқушы үшін шиеленіскен және түсініксіз түрде беріледі;

2) стандартты емес (эвристикалық) – шығару үшін алгоритмді өздігінен ойлап табатын немесе есепті әрқайсысының шешімі белгілі алгоритмдерге негізделген ішкі есептерге бөлуге қажет болатын есептер [15, б.31].

Математикалық есепті шығару үшін дайын ережелер (кез келген түрде) бар немесе есептерді қадамдар тізбегі түрінде шығару бағдарламасын анықтайтын кез келген анықтамалардан немесе теоремалардан тікелей туындайтын математикалық есептер әдетте стандартты деп аталады.

Е.В. Галкин «стандартты емес есептер – математика курсында оларды шығарудың нақты тәсілдерін анықтайтын жалпы ережелері жоқ есептер», - деген [99].

Стандартты емес есептер ұғымының күрделілігі «стандартты емес» терминімен салыстырмалы байланысты. Егер оқушының танымдық іс-әрекеті ұйымдастырылатын есепті тізбек ретінде қарастыратын болсақ: мазмұн – ұсыну формасы – шешу процесі (танымдық іс-әрекеттің компоненті ретінде) – нәтиже (есептің нәтижесінде және әрекет нәтижесі ретінде) оны білімнің, дағдының, даму эмоцияларының, мотивтері мен қызығушылықтарының және т.б. ұлғайту түрінде шешу), онда осы тізбектің бір немесе бірнеше буындары стандартты емес болатын стандартты емес есепті қарастырамыз. Сонымен бірге, «стандарттылық» критерийі ретінде біз ресми түрде қабылданған мектеп математикасының бағдарламалары мен оқулықтарын аламыз [100].

Академик А.Е. Әбілқасымова «Жалпы білім беретін мектепте математикалық есептерді шығаруды оқытудың әдістемелік негіздері» оқу құралында келтірілген және басқа анықтамаларды жалпылай келе, стандартты емес есептерді кең мағынада қарастырған. «Олимпиадалық есептің» анықтамасын стандартты есеп ұғымының анықтамасы тұрғысынан берген. Жалпыға міндетті білім беру стандарттары мен оқу бағдарламалары белгілі бір тақырыпты оқу барысында оқушыларда қалыптасуы тиіс білім, білік, дағдыларды анықтап көрсетеді. Оқушылар белгілі бір тақырыпты оқу барысында есептердің нақты бір типтерін шығара алуы тиіс, ал мұндай есептерді «стандартты есептер» деп атаған. Бұл оқу құралында «олимпиадалық есеп» деп шығару алгоритмі мектеп математика курсында қарастырылатын, оқушылардың шығара білуіне білім беру стандарты мен оқу бағдарламасы талап қоятын есептерді атайды. «Стандартты есептерден» басқа есептерді «олимпиадалық» есептер деп бөліп қараған. Іс жүзінде стандартты емес есептердің қатарына олимпиадалық есептерді де жатқызады [15, б.46].

«Олимпиадалық» есепке авторлар бірнеше анықтамалар берген.

Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий «Как научиться решать задачи» кітабында олимпиадалық есептерге мынадай анықтама берген: «олимпиадалық есеп – математика курсында жалпы ережелері мен тәртібі жоқ, нақты шығарылу бағдарламасы анықталмаған есептер» [13, б.56].

Ю.М. Колягин «Олимпиадалық есеп – шығарылуы оқушыларға белгілі іс-әрекеттер тізбегі болып табылмайтын есептерді айтады», берілген ұғымның салыстырмалы екеніне ерекше көңіл бөледі [101].

Г.В. Дорофеев, М.К. Потапов, Н.Х. Розов олимпиадалық есептер әртүрлі болады деген. Дербес жағдайда, олимпиадалық есептер өте ерекше болып көрінуі мүмкін, сондықтан бастапқыда оларға қалай «жақындауға» болатыны түсініксіз. Кей есептер бүкпеленіп тұрады, түріне қарағанда қарапайым квадрат теңдеу болғанымен оны стандартты әдістермен шығару мүмкін емес. Ал үшінші есептер тобының шығарылуына өте шебер нақты және анық логикалық ойлау қажет болады. Мұндай ерекше «олимпиадалық есептер» тек қана тапқырлықты, математиканың әртүрлі бөлімдерін еркін меңгергендікті, жоғары логикалық мәдениетті және психологиялық дайындықты қажет етеді. Сонымен қатар олар мектеп математикасы бағдарламасы аясында болады [102].

Г.Л. Балл олимпиадалық есептерді жаңашылдыққа негізделген есептер деп атайды. Егер есеп шығарушы есепті шығарудың алгоритмін білсе, онда есепті ескілікке негізделген деп атайды. Жаңашылдыққа негізделмеген есептерді ескілік есептер деп атайды [103].

Б.Л. Кордемский сыныптан тыс есептерді екі санатқа жатқызады. Бірінші санатқа ол мектептегі математика курсына қатысты, бірақ қиындығы жоғары есептерді – математикалық олимпиада есептерін жатқызады. Ал екінші санатқа мектеп математикасына тікелей қатысы жоқ және әдетте үлкен математикалық дайындықты қажет етпейтін есептер жатады. Бұл санатқа ол бос уақытты толтыруға жарамды жаттығуларды жатқызады (сіріңке бойынша тапсырмалар, фигураларды қайта салу және т.б.) [104].

А.А. Столяр есептердің типологиясы туралы айта отырып, ең алдымен типтік есептерді типтік емес есептерден ажыратады, оларды шешу үшін алгоритмдері жоқ немесе олар белгісіз болып табылатынын ескертеді [105].

А.Ф. Есаулов математикалық есептерді шешуі зейін мен есте сақтауға негізделген (еске түсіруге арналған есептері) және шешімі жаңа, осы уақытқа дейін белгісіз ойға әкелетін – шығармашылық есептерге бөліп көрсетеді [106].

Жоғарыда тұжырымдалған және басқа да анықтамаларды жалпылай отырып, біз олимпиадалық есептерді қарастырамыз. «Олимпиадалық есеп» түсінігіне анықтама бергенде стандартты есеп ұғымынан шығамыз.

Мысалы, О.А. Иванов олимпиадалық есептерді жалпы термин ретінде қарастырады, бірақ бәрібір оны шешу идеяларына көңіл аударады [107].

П.В. Чулков олимпиадалық есептерге қиындығы жоғары, бірақ стандартты емес және қызықты есептерді айтады, ал олардың шешімі бағдарламалық материалға негізделуі керек. Ол олимпиада тақырыптарына бөлінгіштік, бүтін сандар жиынында теңдеулерді шешу, Дирихле принципі және т.б тақырыптарды жатқызады [108].

Басқа да тәсілдер бар. Әдебиеттерге жүргізілген талдаулар «Олимпиадалық есеп» ұғымына әртүрлі авторлардың келесі көзқарастарын анықтауға мүмкіндік берді:

1. Кейбір авторлар олимпиадада кездесетін есептерді олимпиадалық деп түсінеді. Бұл көзқараспен келісу екіталай. Өйткені, олимпиадаларда, әсіресе мектептегі, бірінші кезектегі есептердің қатарында сабақтарда қарастырылатын есептерден біршама ерекшеленетін есептер бар. Ал олар олимпиадалық бола ма, жоқ па – бұл басқа сұрақ [109].

2. Басқа авторлар олимпиадалық және стандартты емес есептер ұғымын теңестіреді.

3. Кейде олимпиадалық есептер стандартты емес есептердің бір түрі ретінде қарастырылады. Д.Пойа да осы ұстанымды ұстанды [110].

4. Кейде авторлар олимпиадалық есептерді есептердің жеке класына жатқызады. Мысалы, олимпиадалық есептер - «математиканың сан алуан әлемінің әдемі идеясын көрсететін өнер туындысы» [111].

В.В.Сушков «Олимпиадалық есеп – «бір немесе екі маңызды идеяларға негізделген есеп дей отырып, мектеп материалын оқып-білу үшін қажет емес, жаңадан алған білім, білік және дағдыларды қолдануды көрсетпейтін өзіндік құнды есеп» ретінде анықтама береді [112].

Ресейлік ғалым А.Н. Афанасьев «Обучение учащихся 7-9 классов решению нестандартных задач но математике во внеурочное время (на примере школ республики Саха (Якутия))» жұмысында негізгі мектеп оқушыларын есептерді шешуге оқытудың теориялық негіздері, психологиялық-педагогикалық негіздері, математиканы оқытудағы стандартты емес есептер және оларды пайдалану мәселелері қарастырылған. Ол жұмысында «стандартты емес есептер» ұғымын қызықты және олимпиадалық есептер деп түсінеді. Ол стандартты емес есептерге логикалық есептерді, комбинаторикалық есептерді, графтарға арналған есептерді, Дирихле принципіне негізделген есептерді, инварианттарға арналған есептерді, бояуға арналған есептерді, теңсіздіктерді дәлелдеуге арналған есептерді, стандартты емес тәсілдермен шешілетін теңдеулерді, параметрі бар теңдеулер мен теңсіздіктерді, салуға арналған есептерді, нүктелердің геометриялық орнын табуға арналған есептерді жатқызады [27, б.46].

Көптеген авторлар олимпиадалық есептерді, әдетте, математика сабақтарында қарастырылмайтын арнайы әдістерді қолдану арқылы шешуге болатын есептер деп санайды. Бұл әдістерге Дирихле принципі, инварианттар әдісі, графтар, бүтін сандар жиынындағы теңдеулерді шешу және т.б. жатады.

Біз математикадан олимпиадалық есепке келесі анықтаманы ұстанамыз.

Математикадан олимпиадалық есептер деп біз тұжырымдау немесе оларды шешу әдістері бойынша стандартты емес, қиындығы жоғары есептерді түсінеміз.

Олимпиадалық есептерді анықтауға осындай көзқараспен олимпиада есептерінің саны әдеттен тыс идеялар мен арнайы шешу әдістерін пайдаланатын математикадан стандартты емес есептерді де, стандартты есептерді де, бірақ тезірек түпнұсқалық шешуге мүмкіндік беретін есептерді жатқызамыз.

Олимпиадалық есептердің толық классификациясын жасау өте қиын. Олардың бір бөлігін оларды шығару әдісі бойынша классификациялауға болады. Мысалы, логикалық есептер, комбинаторикалық есептер, екі әдіспен есептеу әдісімен шығарылатын есептер, графтарға берілген есептер, Дирихле принципіне берілген есептер, инвариант, бояу, ұтымды стратегияға берілген есептер және т.б. Бірақ көптеген есептер бірнеше топтарға жатуы мүмкін. Олимпиадалық есептердің қатарына жоғарыда келтірілген есептерден басқа теңсіздіктерді дәлелдеуге берілген есептерді, стандартты емес әдістермен шығарылатын теңдеулерді жатқызуға болады. Параметрі бар теңдеулер мен теңсіздіктерді де олимпиадалық есептер қатарына жатқызуға болады, себебі оларды шығару әдістері мектепте қарастырыла қоймайды. Геометриялық есептер ішінен салуға берілген есептерді және нүктенің геометриялық орнын табу табуға берілген есептерді жатқызуға болады [113].

Математикадан оқу есептері мен стандартты емес есептер туралы мәселелер қарастырылған А.Қ.Қарабаевтың диссертациялық жұмысында:

- психологиялық, педагогикалық және философиялық еңбектерді арқау етіп «есеп», «есеп шығару» ұғымдарының мән-мағынасы, мазмұны ашылды;
- математикадан оқу есептерінің классификациясы жасалып, стандартты және стандартты емес есептерге анықтамалар айқындалған;
- оқушылардың математикалық ойлауын қалыптастырудағы және дамытудағы есептердің рөлі мен міндеттері анықталған;
- 10-11 сынып оқушыларына математикалық есептерді стандартты емес тәсілдермен шешуге үйретуге ықпал ететін есептер жүйесі құрастырылған және оларды оқу процесінде қолданудың әдістемесін ұсынады [30, б.87].

Зерттеу жұмысында оқушыларды теңбе-теңдіктерді дәлелдеуде, алгебралық және транцендентік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуде, функцияның ең үлкен және ең кіші мәндерді табуда, яғни стандарты және стандартты емес есептерді туынды, вектор және интегралды пайдаланып шешу тәсіліне баулуға ықпал ететін есептер жүйесі берілген. Стандартты емес тәсілдің тиімділігін баған түрінде стандартты тәсілмен салыстырмалы көрсетіп отырған.

Ш.Т. Рахмет пен С.Е. Касенов оқушылардың стандартты емес математикалық есептердің шешімін табуға үйрету арқылы олардың оқу-танымдық іс-әрекетіне мотивациясын қалыптастыру жолдарын қарастырған. Олар Л.М.Фридманның пікірімен келісе отырып, «стандартты емес есептерді қиындығы жоғары есептермен шатастырмау керек. Қиындығы жоғары есептің шарты бойынша оқушы бұл есепті шығаруға қажетті математикалық аппараттың дәл өзін оңай тауып бере алады. Ал, мұғалім алынған білімдердің бекітілу процесінің жүруін бақылап отырады. Ал, стандарттық емес есептерде зерттеу сипаты бар. Сонда бір оқушы үшін бір есеп стандарттық емес болып табылса, ал, басқа оқушы бұл есепті өзі білетін таныс стандарттық тәсілдер арқылы шығара алады», - деп тұжырымдайды [109, б.144].

Сонымен, мектеп оқушыларына арналған математикадан олимпиадалар мен оларға дайындау бойынша оқу құралдарына, педагогикалық іс-тәжрибелерге талдаулар жүргізу нәтижесінде математика курсынан олимпиадалық есептердің жіктемесін ұсынамыз.

Жекелей олимпиадалық есептердің бірегейлігіне қарамастан, оларды тақырып бойынша – математикалық білім мазмұнына байланысты бөліп алған тиімді:

1) алгебра және арифметика;
2) логика және жиындар теориясы;
3) комбинаторика;
4) геометрия;
5) ықтималдық және статистика;
6) математикалық анализ.

Сонымен қатар, олимпиадалық есептерді оның шарты мен талабына байланысты бөлуге болады:

1) бүтін сандардың бөлінгіштігі және қалдықтар;
2) логикалық есептер;
3) көпмүшені зерттеу;
4) дәлелдеуге арналған есептер (тепе-теңдіктер, тригонометриялық функциялар, теңсіздіктер);
5) комбинаторикалық есептер;
6) бүтін сандар жиынындағы теңдеулер мен теңдеулер жүйесі, Диофант теңдеулері;
7) сандық қатарлар, заңдылықтар, аналогия;
8) функционалдық теңдеулер;
9) параметрі бар теңдеулер мен теңсіздіктер;
10) симметриялы теңдеулер және олардың жүйесі;
11) геометриялық есептер [113, б.135].

Математикалық білім мазмұны және шарты мен талабына байланысты бөлуден басқа, олимпиадалық есептерді шығару әдістері бойынша да бөлуге болады:

1) логикалық әдістер (Дирихле принципі, инварианттар әдісі, жұптылық, бояу әдісі, кестелік әдіс, графтар, бейнелеу және т.б.);
2) сандар мен кестелерді таңдау үшін бағалау, төтенше ереже, шеттік принципі;

3) математикалық индукция әдісі (көпмүшені зерттеу, теоремалар мен формулаларды дәлелдеу, тепе-теңдіктерді дәлелдеу, бөлуге арналған есептерді дәлелдеу, тригонометриялық функцияларды дәлелдеу, теңсіздіктерді дәлелдеу);

4) рекурсия, итерация әдісі, аналогия әдісі;

5) комбинаторикалық әдістер, комбинаторикалық геометрия;

6) сандар теориясы (Евклид алгоритмі, сандарды үздіксіз (тізбекті) бөлшектер түрінде көрсету, қалдықтар әдісі, Ферма және Эйлер теоремалары);

7) салыстырулар теориясы (бүтін сандар жиынында теңдеулер мен теңдеулер жүйесін шешу, Диофант теңдеулерін шешу);

8) функционалдық алмастыру әдісі (теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу);

9) тригонометриялық алмастыру әдісі;

10) классикалық теңсіздіктерді қолдану әдісі (орта шама теңсіздіктері, Коши, Коши-Буняковский, Бернулли, реттеу тәсілі мен Чебышев, Йенсен және басқа теңсіздіктері);

11) функцияның монотондығын қолдануға негізделген әдістер;

12) функционалдық теңдеулерді шешу әдістері;

13) векторлық әдістер (теңдеуді шешу, теңсіздікті шешу, теңсіздікті дәлелдеу, тепе-теңдікті дәлелдеу, функцияның ең үлкен және ең кіші мәнін табу);

14) құрамдастырылған әдістер (параметрі бар есептерді шешу, теңдеуді шешу, теңсіздікті дәлелдеу);

15) функцияның шектелгендігін қолдануға негізделген әдістер (тригонометриялық, кері тригонометриялық, модулі, дәрежесі, жұп дәрежелі түбірі бар функциялар);

16) симметриялы теңдеулер жүйесін шешу әдістері;

17) геометриялық әдістер (гомотетия, инверсия, проективті түрлендіру, аффиндік түрлендіру, центрлік симметрия, нүктелердің геометриялық орны, қосымша бұрыштар, қосымша салулар, көмекші шеңбер салу, планиметрияның қосымша теоремалары, координаталар әдісі, векторлық әдіс) [114-117].

Олимпиада есептерінің заманауи жіктемесін жасау үшін оларды жүйелеудің жаңа негізін енгізу қажет, өйткені есептерді тақырыптық қағида бойынша топтарға топтастыру немесе оларды шешуге қажетті идеяларды бөліп көрсету нәтижесіз.

А.Я. Канель-Белов пен А.К.Ковальджи еңбегінде дарынды мектеп оқушыларына стандартты емес есептерді шығаруға үйретуде шешімді іздестіру жүйесін құруға мыналарды атаған:

1) күрделі әріптік өрнектерді шебер түрлендіру, стандартты ережелерге сәйкес келмейтін теңдеулерді шешудің сәтті жолдарын табу - есептеу, немесе алгоритмдік қабілеттер;

2) геометриялық қиял, немесе «геометриялық интуиция»;

3) дәйекті, дұрыс бөлінген логикалық пайымдау өнері; атап айтқанда, математикке қажетті логикалық жетілудің жақсы критерийі – математикалық индукция принципін түсіну және оны дұрыс қолдана білу [118].

А.Н. Колмогоров анықтаған математикалық шығармашылық қабілеттерін анықтау критерийлері есептердің олардың шешімдерінің логикалық құрылымына сәйкес жіктелуін құруға негіз болды. Әдістердің атаулары тапсырмалардың мазмұны мен оларды шешуге қажетті логикалық қадамдар тізбегі арасындағы байланысты көрсетті [119].

Н.Х. Агаханов зерттеу жұмысында пәндік олимпиадалар мен конкурстардың көпдеңгейлі жүйесінде математикалық дарынды балалармен жұмыс істеуді ғылыми-әдістемелік қамтамасыз етуді ұсынған. Ол жұмысында математикадан олимпиадалық есептерді шығару әдістерін көрсеткен (7-кесте) [120, 121].

Кесте 7 – Олимпиадалық есептерді шығару әдістері

№	Әдіс	Әдістің мазмұны
1.	Бірдей түрлендірулер әдісі	Бірдей түрлендірулер арқылы мәселені қарапайымға дейін азайту
2.	Аналогия әдісі.	Мәселені бұрын басқа есептерді шешуде қолданылған әдіспен шешу (әдетте, тақырыбы бойынша жақын)
3.	Модельдеу әдісі.	Бастапқы есептің математикалық моделін құру
4.	Бөлу әдісі.	Тапсырманы бірнеше қарапайым қосалқы тапсырмаларға бөлу
5.	Қайшылық бойынша әдіс.	Дәлелденгенге қарама-қарсы тұжырымның орындалмауын негіздеу
6.	Көмекші объектілерді енгізу әдісі.	Геометрияда қосымша конструкциялар көмегімен есепті шешу, алгебра мен сандар теориясына жаңа айнымалыларды енгізу. Объектілердің сақталған қасиеттерін шешуде қолдану — инварианттар немесе жартылай инварианттар
7.	Редукция әдісі (соның ішінде соңынан талдау әдісі).	Аралық немесе соңғы жағдайдан пайымдаулар тізбегін құру
8.	Тапсырма тақырыбын өзгерту әдісі.	«Мектеп» математикасының бір бөлімінің есебін екінші бөлімнің құралдарын пайдалана отырып шешу
9.	Мәлімдемені жалпылау әдісі (математикалық индукция әдісі).	Мәселенің жағдайына қарағанда жалпылама тұжырымның дәлелі
10.	Жауапты эксперименттік болжау әдісі (шешім).	Жауапты немесе шешімді болжауға әкелетін ерекше жағдайларды кейіннен тексеру арқылы қарастыру
11.	Бағалау және жан-жақты іздеу әдісі.	Есепте қарастырылатын санның өзгеру шекараларын белгілеу, кейіннен барлық мүмкін жағдайларды қарастыру
12.	Жаңа (түпнұсқа) шешімдерді іздеу әдісі.	Олимпиада тапсырмаларын шешудің кең тәжірибесінде кездеспейтін математикалық қадамдар тізбегін табу

Олимпиада есептерін шешу әдістерінің ұсынылып отырған жіктемесі математиканы оқытуды өткізу тәсілдерін сапалы өзгертуге бағытталған: есептердің белгілі бір түрлерін шешу алгоритмдерін әзірлейтін дәстүрлі тақырыптық сабақтардың орнын есептердің логикалық құрылымын тануды үйреніп алуы керек. Осыған сәйкес мұғалімдердің пәндік біліктілігін арттырудың мақсаттары айқындалады:

– есептерді шешу әдістерінің мәнін, мазмұнын және иерархиясын түсінуді қамтамасыз ету;

– олимпиада тапсырмаларын шешудің логикалық құрылымына сәйкес құрылымдау дағдыларын қалыптастыру.

Бұл жіктеуді қолдануда авторлар көп жағдайда балаға тапсырманың тақырыбын анықтауға және оны белгілі бір тақырыптық түрге жатқызуға, қайта жаңғыртуға үйретуге негізделген қолданыстағы оқу тәжірибесінің шектеулерін жеңу мүмкіндігін көреді [98, б.14], [111, б.14], [122].

Математикалық олимпиадаларға қатысу оқушылардың математикалық дайындық деңгейін анықтап қана қоймай, сыныптардағы дарынды және талантты оқушыларға қолдау көрсетіп, математиканы тереңірек оқып-білуге ынталандырады. Сондықтан математика мұғалімі мектеп математика курсын терең біліп қана қоймай, оқу бағдарламасынан тыс жоғарыда көрсетілген олимпиадалық есептер мен оларды шығару әдістерді игеруі қажет. Содан кейін оқушыларды олимпиадалық есептердің ерекшелігі мен оларды шығару әдістерімен таныстырып, үйрету қажет [123].

Жоғары оқу орындарының студенттері математикадан конкурстар мен олимпиадаларда ұсынылған есептерді шығару барысында стандартты емес әдістерді қолдануға тура келеді. Қиындығы жоғары есептерді шешудің стандартты емес әдістері мен тәсілдерін білу студенттердің стандартты емес математикалық ойлауын дамытуға ықпал етеді, бұл болашақтағы педагогикалық қызметінде математиканы тереңдетіп оқытатын мектептерде немесе сыныптарда математиканы табысты оқытудың, оқушыларды олимпиадаларға дайындаудың қажетті шарты болып табылады.

Дәстүрлі білім беру жүйесінде математика мұғалімдері оқушыларды өз тәжірибесіне, көзқарастарына сүйене отырып, олимпиадаға дайындайды, әдетте оқушылармен дайындық жұмыстары мектеп бағдарламасы мен оқулықтары шеңберінде жүргізіледі де, оқушылар олимпиадалық есептерді шығаруда қиындықтарға кездеседі.

Біздің ойымызша, мұғалімдерді олимпиадалық есептермен таныстыру және оларды шығару біліктігі мен дағдыларын қалыптастыру жұмысын жоғары оқу орындарында болашақ мұғалімдерді дайындау процесінде бастау қажетті деп есептейміз. Өйткені жас мамандар – математика мұғалімдерінің айтарлықтай бөлігі (шамамен 60%) оқушыларды олимпиадалық есептердің түрлері мен оларды шығаруға үйретудің әдістемесін меңгермеген болып отыр.

Олимпиадалық есептердің өзге есеп түрлерінен, мысалы, стандартты математикалық есептерден айырмашылығы – олар білім алушыларды білімді тереңірек меңгеруге, зерттеушілік іс-әрекеттері мен дағдыларын қалыптастыруға және оған қол жеткізуге, өзінің шығармашылық қабілеттерін дамытуға жағдай жасайды.

Жоғары оқу орындарында болашақ мұғалімдерді математикадан есептерді шығаруға оқытып-үйрету әдістемесінде олимпиадалық есептер белгілі бір іргелі математикалық пәндерді (алгебра және сандар теориясы, аналитикалық геометрия, математикалық анализ, дифференциалдық теңдеулер және т.б.) және арнайы «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту барысында қалыптасады.

Математиканы оқыту процесінде олимпиадалық есептер әртүрлі маңызды функцияларды атқарады. Білім алушылардың қосымша математикалық білім мен математикалық әдістерді меңгертудің ең тиімді құралы болып табылады. Олимпиадалық есептер білім алушылардың логикалық ойлауын дамытуда және шығармашылық жұмыс істеуге тәрбиелеуде, сонымен қатар, зерттеушілік білігі мен дағдысын қалыптастыруда үлкен рөлге ие [124].

Осы бағыттағы зерттеу жұмыстарының мазмұндарын талдай келе, біз А.Е. Әбілқасымованың және Ю.М. Колягиннің зерттеулерінде келтірілген математикалық есептердің білім беру, тәрбиелеу, дамыту және бақылау функциялары түсінігін ұстанамыз [5, б.136, 125].

Жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін дайындау жүйесінде олимпиадалық есептердің рөлі біріншіден, студенттердің математикалық жоғары білім деңгейі мен оқу нәтижесін анықтайды; екіншіден, математикалық оқытудағы стандартты емес ойлауы мен шығармашылық қабілеттерін дамыту олимпиадалық есептерді шығаруға үйрету арқылы іске асады; үшіншіден, мектеп математика курсының тақырыптарын тереңдетіп оқыту пәні болып табылады. Демек, олимпиадалық есептер және оларды шығару болашақ мұғалімдерді жоғары деңгейде дайындаудың нәтижесі, зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру құралы және тереңдетіп оқыту пәні болып табылады демекпіз. Математикадан олимпиадалық есептерді шығаруға үйретудің дұрыс әдістемесі студенттердің әдістемелік дайындығы мен математикадан жоғары білім, білік және зерттеушілік дағдыларының қалыптасуына әсер етеді [126].

Болашақ математика мұғалімдерін дайындау жүйесінде олимпиадалық есептердің функцияларының мағыналарын келесідей тұжырымдаймыз.

Білім беру функциясының мағынасы – олимпиадалық есеп мазмұнында және оны шығару кезінде студенттерге мектеп математика курсының мазмұнын тереңірек ғылыми тұрғыда қайталау мен әдістемелік білім беріледі, яғни білімді тереңірек меңгеру құралы және іс-әрекет тәсілдері болып табылады. Олимпиадалық есептер студенттерді тек дайын алгоритмдерді қолдануға ғана емес, сонымен қатар қосымша білім алуға, шығару әдістерін өз бетінше анықтауға үйретеді, күрделі деңгейлі есептерді шығару дағдыларын қалыптастыруға оң әсер еткізеді;

Тәрбиелік функциясының мағынасы – олимпиадалық есептерді шешу процесінде білім алушыларда өзін-өзі реттеу, ерік-жігерді; төзімділік пен шыдамдылық; өнегілік пен шынайылықты; мәдениет пен тиімді ойлау стилін (негіздеудің толықтығы, заңсыз жалпылаудың және негізсіз анологияның болмауы, классификацияның ұстамдылығы, символдарды қолданудағы аса дәлдік, ықшамдылық) қалыптастырады.

Басқарушылық функциясының мағынасы – олимпиадалық есепті шығару белгілі бір мақсатқа бағытталған процесс ретінде математикалық конкурстарда жетістікке қол жеткізу үшін белгілі бір жағдайлар жасайды. Есеп шығарудың басқарушылық сипаты дидактикалық қағидаларды іске асыруға көмектеседі: оқытудың ғылымилығы, жүйелілігі және реттілігі.

Таныстыру-ақпараттық функциясының мағынасы – олимпиадалық есептерді шығару әдістерімен танысу; қосымша әдебиеттерде іздеу жұмыстарын жүргізу; ғаламтор және т.б.

Дамытушылық функциясының мағынасы – олимпиадалық есепті шығару процесінде студенттердің танымдық психикалық функцияларының (түйсіну, қабылдау, ойлау, елестету, зейін) дамуы іске асады; студенттер оқу-математикалық әрекетінің субъектісі ретіне және жеке тұлға ретінде дамиды. Олимпиадалық есептер студенттердің білімдегі жаңа байланыстарды ашу, білімді жаңа жағдайларға көшіру, ақыл-ой әрекетінің әртүрлі әдістерін меңгеру қабілетін дамытуды көздейді.

Прагматикалық функциясының мағынасы – олимпиадалық есептерді шығару болашақ математика мұғалімдерінің қызметінде оқушыларды олимпиадаға дайындауға, олимпиадалық есептерді шығару әдістерін меңгеруге мүмкіндік береді.

Иллюстративтілік функциясының мағынасы – студенттердің алған математикалық білімі мен әдістемелік дайындығын тереңдете түседі. Игерген математикалық әдістерді олимпиадалық есепті шығару барысында қолдану есептің мазмұнын терең түсінуге, алған білімді кеңейтуге көмектеседі.

Байланыс орнату функциясының мағынасы – олимпиадалық есепті шығару барысында оқытушы мен студенттің арасында, студенттердің өзара іс-әрекетінің түрлері қалыптасады.

Олимпиадалық есептерді шығарудың функцияларының ішіндегі маңыздысы – *пәнаралық байланысты* (есептеу, нүктелердің геометриялық орнын анықтау, графиктерді салу және оған талдау жасау, тағы басқа көптеген тапсырмалар) қалыптастыру және дамыту.

Бақылау функциясының мағынасы – олимпиадалық есептердің көмегімен математикалық білімді тереңірек меңгеруін, оқу іс-әрекет тәсілдерін бақылау іске асады; есептер арқылы өзін-өзі бақылау қалыптасады. Олимпиадалық есептер арқылы студенттердің оқу қабілетінің көптеген компоненттері мен көрсеткіштерінің қалыптасуы және ең алдымен ақыл-ойдың дербестігі, стандартты емес ойлауы бақыланады.

Бағалау функциясының мағынасы – математикалық апталық, олимпиадалар, регата мен сайыстар – осының барлығы олимпиадалық есеп түрінде жүргізіледі. Есептер көмегімен студенттердің математикалық білімін және білігін анықтаудың құралы болып табылады.

Математикалық олимпиада – білім алушылар шешуді білмейтін стандартты емес есептерді шығара білу. Бұл ақыл-ойдың батылдығы мен ізденімпаздығы. Және, әрине, математикалық ой-өрісін кеңейтетін және зерттеушілік дағдыларын қалыптастыратын олимпиадалық есептер. Математикалық олимпиадаға қатысу арқылы:

- ең алдымен білім алушылардың интеллектуалдық қабілеттері дамиды. Сонымен қатар, ой-өрісі кеңейіп, абстрактілі және логикалық ойлауды жақсартып қана қоймайды, сонымен қатар шығармашылық қабілеттерін арттырады;

- олимпиада есептерінің стандартты емес екенін бәрі біледі, сондықтан қатысушылардың ой-өрісі «икемділікке», идеяларды дамытудың өзіндік ерекшелігіне бейімделеді;

- болашақта бұл мектеп оқушыларына олимпиадалық есептерді шешуге үйретуге көмектеседі, өйткені жоғару оқу орны қабырғасында олимпиадалық есептерге әртүрлі қырынан қарап, оларды шығарудың әдістерін үйренеді;

- тағы бір маңызды жайт – алған білімді дұрыс қолдана білу. Өйткені, материалды жай ғана меңгеру бір басқа, оны қалай және қайда қолдануға болатынын түсіну басқа. Олимпиада есептерін шешу өте стандартты емес ойлауды, ақыл-ойдың икемділігін, алған және игерген білімді әртүрлі салаларда қолдана білуді тамаша жаттықтырады;

- сонымен қатар, олимпиадаларға қатысу белгілі бір мағынада өзіне деген сенімділікті дамытады, күйзеліске төзімділікті арттырады. Қалай болғанда да, олимпиада - бұл стресстің бір түрі, оны жеңу және қорқыныш «ересектердің» өмірінде де маңызды. Осылайша, математикалық олимпиадаға қатысу білім деңгейін анықтау ғана емес, сонымен қатар математикалық дайындық пен өзін-өзі дамыту болып табылады;

- олимпиадалық есептер кез келген білім алушыны, ең алдымен, дайын ережелер мен алгоритмдер бойынша әрекет етпей, әр есепті ойлануға үйретеді. Ойлау, талдау, логикалық тізбектер жасау, тез ойлай білу, үлкен зейінмен жұмыс істеу, тапсырмалар арасында жылдам ауыса білу – осы дағдылардың барлығы білім алушы стандартты емес есептермен айналысқанда дамиды. Бұл кез келген мұғалімге пайдалы болады;

- математикалық олимпиада – бұл тамаша математикалық базаны алу және одан әрі республикалық және халықаралық деңгейдегі математикадан олимпиадаларға қатысып, жеңіске жету жолы.

Зерттеулер көрсеткендей, олимпиадалық есептерді шығару білім алушылардың шығармашылық қабілеттерін дамытуға ықпал етеді. Психологияда шығармашылықтың ең маңызды механизмі интуиция екені көрсетілген. Атап айтқанда, интуиция – білім алушының олимпиадалық есепті сәтті шешуге көмектесетін негізгі қасиеті.

Білім алушылардың математикалық ойлауы мен шығармашылық қабілеттерін дамытумен қатар олимпиадалық есептер олардың математикалық қабілеттері мен зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру критерийлерін анықтауға мүмкіндік беретін құрал ретінде пайдалануға болады.

Болашақ мұғалімдердің дарынды және математикаға қабілетті оқушылармен жұмыс істеу біліктігі мен зерттеушілік дағдысы бірнеше критерийлер бойынша қалыптасады:

- жалпы эрудицияға ие болуы керек, бұл тәжірибе олардың өзара әрекеттесуіне байланысты оқушының ойлауының негізгі ойлау әрекеттері мен сипаттамаларын анықтайды;

- оқушының дамуының әртүрлі жақтары туралы өзіндік түсініктерін сұрыптай білуі, ынталандыру және көшбасшылық қасиеттерді тәрбиелеу өнерін меңгеруі керек;

- мұғалімнің сабақ берудегі стилі мен тұлғалық қасиеттері жоғары болуы тиіс [90, б.336].

Олимпиадалық есептерді шешуде оқушыларға арнайы оқытудың жалпы білімдік маңызы зор екенін атап өткен жөн. Әрбір стандартты емес есеп оқушының ақыл-ой белсенділігін және шешудің ерекше жолдарын іздеуде тапқыр болуын талап ететін, оқушылардың логикалық-математикалық қабілетін, шығармашылық ойлауын дамытуға, ойлау іс-әрекеттерін белсендіруге ықпал етеді; құнды ойлау қасиеттерді дамытады: ойдың бірізділігі, логикасы, зерделілігі, тапқырлығы, яғни оқушылардың математикалық дайындығының сапасын жақсартады және аттырады [20, б.54].

Олимпиадалық есептерді шығару, бір жағынан, студенттердің жалпы және математикалық мәдениетін жетілдірсе, олардың математикалық ойлауының дамуына ықпал етсе, екінші жағынан, олардың бұрын зерттелмеген жаңа нәрсені ашуға ұмтылуына себепші болады [23, б.101].

Математикадан әдістемелік әдебиеттер мен оқу құралдарын, зерттеу жұмыстарына жасалған талдаулар олимпиадалық есептерді шығару білім алушылардың шығармашылық қабілетін дамытатынын көрсетті. Олимпиадалық есептерді математикаға қабілетті білім алушылардың деңгейін көтеріп, білімін анықтау құралы ретінде пайдалануға болады деп есептейміз.

Олимпиадалық есептер бірнеше себептерге байланысты болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыруда маңызды рөл атқарады:

Аналитикалық ойлауды дамыту: олимпиадалық есептер көбінесе студенттерден математикалық ұғымдар мен қағидаларды терең түсінуді талап етеді. Бұл мәселелерді шешу студенттерге зерттеу дағдыларының негізі болып табылатын аналитикалық ойлауды дамытуға көмектеседі.

Мәселелерді шешу дағдыларын дамыту: олимпиадалық есептер, әдетте, студенттердің әдеттегі оқу процесінде кездесетіндерге қарағанда қиынырақ және стандартты емес болады. Осындай есептерді шеше отырып, студенттер күрделі және стандартты емес мәселелерді шешуде өз дағдыларын дамытады, бұл зерттеу қызметі үшін де маңызды.

Сыни ойлауды дамыту: олимпиадалық тапсырмалар көбінесе студенттерден шешім табуды ғана емес, оның негіздемесін де талап етеді. Бұл сыни тұрғыдан ойлауды және өз бетінше жұмыс істеу қабілетін дамытуға көмектеседі, бұл зерттеу жүргізу үшін маңызды.

Өзіндік жұмыс: олимпиадалық есептерді шешу айтарлықтай өзіндік жұмысты қажет етеді. Бұл дағды зерттеу жұмысының кілті болып табылады, өйткені зерттеушілер көбінесе өз бетінше немесе шағын топтарда жұмыс істейді.

Мотивация: математикалық олимпиадаларға қатысу студенттердің математика мен ғылыми жұмысқа деген қызығушылығын оятуы мүмкін. Жеңіске жету немесе тіпті осындай жарыстарға қатысу олардың математиканы оқуды жалғастыруға және ғылыми-зерттеу жұмыстарымен айналысуға деген ұмтылысын арттыруы мүмкін [127].

Сонымен, математикадан олимпиадалық есептерді шығару кезінде студенттер жаңа мәліметпен танысады, математикалық теорияны тәжірибе жүзінде қолданады, есептерді шешуге қажетті математикалық әдістерді немесе жаңа теориялық бөлімдермен танысады және т.б. Демек, студенттер олимпиадалық есептерді шығара отырып, өзінің математикалық білім, білік және дағдыларын жетілдіреді. Олимпиадалық есептердің қандай да бір топтамасын шешу әдісін меңгергеннен кейін студенттердің бойында осындай есептерді шешу білігі, ал жеткілікті түрде жаттыққаннан кейін – зерттеушілік дағдысы қалыптасады, бұл өз кезегінде математикалық білім деңгейін арттырады.

Бірінші бөлім бойынша қорытынды

Жүргізілген зерттеулердің нәтижесінде келесідей қорытындылар жасауға болады:

- жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін әдістемелік дайындау деп біз оның болашақта орта білім берудің әртүрлі типті ұйымдарында оқытылатын математиканың барлық бөлімдерін терең және берік меңгеруін ғана емес, сонымен қатар математиканы оқыту әдістемесін жоғары деңгейде меңгеруін, жаңартылған білім мазмұнына сай математиканы оқытудың әдістемелік ерекшеліктерін терең түсінуін айтамыз;
- еліміздегі жоғары оқу орындарында математика мұғалімін дайындауға арналған білім беру бағдарламалары зерделенді және оларды сапалы әдістемелік даярлау үшін ұсынымдар берілді: білім беру бағдарламаларын әзірлеуші топтары оның мазмұнын жасауда психологиялық-педагогикалық, қоғамдық-философиялық, іргелі математикалық, кәсіби-әдістемелік пәндердің арақатынасын сақтауы тиіс; іргелі математикалық және кәсіби-әдістемелік пәндердің оқу бағдарламаларын жасауда және оқу процесін ұйымдастыруда оқытушылар мектеп математика курсымен сабақтастығын жүзеге асыру керек;
- болашақ математика мұғалімінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудағы «зерттеушілік дағды» ұғымына, математика мұғалімінің дағдылары мен оқушылардың дағдыларына қатысты ұғымға түсініктемелер берілді. Дағды – үйренуге, дамытуға және үйренуге болатын неғұрлым нақты және шектеулі қабілет немесе әрекет тәсілі. Дағды адамның белгілі бір тапсырманы немесе әрекетті қалай орындай алатынын сипаттайды, ал зерттеушілік дағды деп – біз өзіндік таңдаумен, білім алушыларға қолжетімді материалмен зерттеудің амалдары және әдістерін қолданумен жаттығулар, әдет арқылы дамыған зияткерлік және практикалық дағдыларды білеміз;

- болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың қағидалары (зерттеу ұғымын кеңінен түсіндіру, жалпы зерттеу біліктері мен дағдыларының өзіндік құндылық, пәнаралық байланыс, тренингтерге сүйену, импровизация қағидалары) және негізгі компоненттері (мазмұндық, әрекеттік, мотивациялық-жігерлілік, ақпараттық, дүниетанымдық бөлімдері), қалыптасу деңгейлері (төмен, орташа, жоғары) айқындалды;

- математиканы оқыту процесінде білім алушылардың зерттеушілік іс-әрекеті мен дағдыларын қалыптастыруда олимпиадалық есептердің алатын орны мен маңыздылығы айқындалды. Олимпиадалық есептер – зерттеушілік дағдыларды дамытудың және білім алушыларды математика мен жаратылыстану пәндерін оқуға ынталандырудың тиімді құралы, тұжырымдау немесе оларды шешу әдістері бойынша стандартты емес, қиындығы жоғары есептерді түсінеміз;

- мектеп математика курсынан олимпиадалық есептердің математикалық білім мазмұнына байланысты; шарты мен талабына байланысты; шығару әдістері бойынша жіктемесі жасалды.

- болашақ математика мұғалімдерін дайындау жүйесінде олимпиадалық есептердің функцияларының білім беру, тәрбиелік, басқарушылық, таныстыру-ақпараттық, дамытушылық, прагматикалық, иллюстративтік, байланыс орнату, бақылау, бағалау мағыналары тұжырымдалды;

- болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудағы олимпиадалық есептердің маңыздылығы (аналитикалық ойлауды дамыту, мәселелерді шешу дағдыларын дамыту, сыни ойлауды дамыту, өзіндік жұмыс, мотивация) айқындалды.

2 БОЛАШАҚ МАТЕМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІНІҢ ЗЕРТТЕУШІЛІК ДАҒДЫЛАРЫН ОЛИМПИАДАЛЫҚ ЕСЕПТЕР АРҚЫЛЫ ҚАЛЫПТАСТЫРУ ӘДІСТЕМЕСІ

2.1 Болашақ математика мұғалімдеріне «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту әдістемесі

Жоғары оқу орындарында білім берудегі негізгі нысан - студент және оны оқыту мен тәрбиелеу сапасын арттыру міндеті зерттеушілік дағдысы мен танымдық қызметін жандандыру мәселесімен тығыз байланысты. Студент білім беру процесінің белсенді қатысушысы. Сондықтан, студенттердің білім сапасын арттырудың, шығармашылық ойлауды дамытудың маңызды резервтері студенттердің белсенді оқу іс-әрекетінсіз мүмкін емес және ол өз кезегінде оқу процесін жетілдіруден тұрады.

Педагогикалық тәжірибе көрсеткендей, дәрістер, практикалық сабақтар сияқты оқу процесінің дәстүрлі формаларын қолдана отырып, ойлаудың шығармашылық сипатын үйрету мен зерттеушілік дағдысын қалыптастыру әрдайым мүмкін емес. Математиканы оқыту процесінде студенттің ойлауының шығармашылық сипатын, одан әрі зерттеушілік дағдысын қалыптастырудың қажетті шарты оның шығармашылықтың осы түріне, олимпиадалық есептер шығарумен тікелей қатысты болып табылады.

Жалпы білім беретін мектепте оқушыларды олимпиадалық есептерді шығаруға үйрету үшін алдымен оларды дайындайтын мұғалімнің дағдысы болуы керек екені бірінші тарауда талданды.

Біздің М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университетінде болашақ математика мұғалімін дайындауға арналған білім беру бағдарламасында 1-суретте көрсетілгендей іргелі математикалық және кәсіби әдістемелік пәндері оқытылады. Студенттерді математикадан олимпиадаларға дайындауды осы пәндерді оқыту барысында жүзеге асырып келеміз, дегенмен әр пәннің өзіндік ерекшелігі мен мазмұны бар. Болашақ мұғалімдерді мектеп математика курсынан олимпиадалық есептерді шығаруға дайындау үшін арнайы «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытуды қолға алдық. Бұл пән 3 курста, 4 кредит мөлшерде оқытылады. Себебі, 1 курстан бастап үздіксіз мектеп математикасынан базалық білім игеріліп, одан әрі олардың зерттеушілік дағдыны қалыптастыруға қажетті білім мен біліктер жүйесі қамтамасыз етіледі.

«Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту барысында мектеп математика курсының қиындатылған және стандартты емес есептерді шығарудың теориялық мағлұматтары мен әдіс-тәсілдерін практикада қолдану қарастырылады. Оқушылардың логикалық ойлауын, шығаршашылық қабілетін дамытуға кәсіби дярлаудың технологиясы және математикадан дарынды және қабілетті оқушыларды олимпиадалық есептерді шығаруға дағдыландыратын есептер жүйесін шығару әдістері, топпен жұмыс істеуде коммуникативтілік, ақпараттық мәдениет көрсету және пәнаралық білімді интеграциялау жолдары іске асырылады.

Кез келген пәнді оқыту әдістемесін жасау үшін алдымен осы пәнді оқытудың әдістемелік жүйесін құруымыз қажет.

Математиканы оқытудың әдістемелік жүйесі және оның құраушылары туралы ғалым-әдіскерлер А.М. Пышкало [128], Г.И. Саранцев [129], А.Е. Әбілқасымова [5, б.29], Ж.Н. Турганбаева [130], Ж.С. Еркишева [131], А.К. Ардабаеваның [32, б.75] ой-пікірлері баршылық.

Математиканы оқытудың әдістемелік жүйесін А.М.Пышкало, А.Е. Әбілқасымова айқындап, оның компоненттері бір-бірімен байланысқан «оқыту мақсаты, білім беру мазмұны, оқыту әдістері, оқыту құралдары, оқытуды ұйымдастыру формаларынан» тұратынын айтады [5, б.30].

Қ. Жаңабергенов диссертациясында жоғары оқу орындарында болашақ физика мұғалімдеріне электроника негіздерін білім берудің ғылыми-әдістемелік жүйесін жасаған [132].

О.С. Сатыбалдиев зерттеу жұмысында педагогикалық жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдеріне математикалық анализ курсын оқытудың әдістемелік жүйесін ұсынады және ол студенттердің болашақтағы мұғалімдік қызметіне қажетті іскерліктер мен дағдыларды қалыптастырады. Диссертацияда педагогикалық жоғары оқу орындарындағы математикалық курстар мен мектеп математика пәнін өзара байланыс тұрғысынан оқыту қағидасына сәйкес болашақ математика мұғалімдерін дайындауға арналған математикалық курстардың бағдарламаларына мектеп математика пәнінің ұғымдары мен теорияларын енгізудің қажеттілігі негізделген [133].

Мектеп математика курсында ықтималдық теориясы және математикалық статистика элементтерін оқытудың әдістемелік жүйесін Ж.Н.Турганбаева ұсынған [130, б.36].

Мектеп оқушыларына математикадан мәтінді есептерді шығаруға үйрету арқылы қаржылық сауаттылығын қалыптастырудың әдістемелік жүйесін Ж.С.Еркишева ұсынады [131, б.89].

А.К.Ардабаева зерттеу жұмысында жалпыдидактикалық және әдістемелік қағидалар мен математиканы оқытудың әдістемелік жүйесі негізінде орта мектепте геометрияны оқытудың әдістемелік жүйесін құрастырған [32, б.78].

Қазіргі уақытта жаңартылған білім мазмұны мен цифрлық білім берудің дамуына сәйкес әр пән бойынша оқыту мақсаттары, мазмұны, оқыту әдістері мен формалары, құралдарын түбегейлі өзгертуді талап етеді.

Біз зерттеу жұмыстарының негізінде жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін дайындаудың ерекшеліктерін ескере отырып, «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың әдістемелік жұмысын ұсынып отырмыз (3-сурет).

Оның құрылымы негізгі компоненттерді (оқыту мақсаты, білім мазмұны, оқыту әдісі, оқу процесін ұйымдастыру формасы, оқыту құралы) қамтиды.

Жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін дайындау

Оқытушы ← *«Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәні* → Студент

Пәнді оқытудың дидактикалық қағидалары:
ғылымилық, тәрбиелік, көрнекілік, саналылық және белсенділік, білімнің беріктілігі, жүйелілік және реттілік, көрнекілік, түсініктілік, сабақтастық, іс-әрекеттік тәсіл, саралау және даралау, күрделілік

Оқыту мақсаты	Болашақ математика мұғалімдеріне мектеп математика курсының ғылыми негіздерін меңгерту және оларды практикада қолдануға үйрету, логикалық және стандартты емес ойлауын дамыту, кәсіби қызметіне қажетті олимпиадалық есептерді шығару біліктерімен қамтамасыз ету, зерттеушілік дағдысын қалыптастыру.
Білім мазмұны	Сандар теориясы, комбинаторика, логикалық есептер, комплекс сандар, бүтін сандар жиынындағы теңдеулер, классикалық теңсіздіктер, параметрі бар теңдеулер мен теңсіздіктер, функционалдық теңдеулер, тізбектер және шектер, қатарлар, геометриялық есептер, максимум және минимумға арналған есептер, дифференциалдау және интегралдау есептері, дифференциалдық теңдеулер.
Оқыту формасы	Дәріс (дәстүрлі, дәстүрлі емес, аралас), практикум, тәжірибелер, семинар, студенттердің өзіндік жұмысы (СӨЖ), студенттің оқытушымен өзіндік жұмысы (СОӨЖ), математикалық конкурстар, олимпиада, дипломдық жоба (жұмыс), математикалық үйірме, т.б.
Оқыту әдістері	Ауызша – баяндау, әңгімелесу, көрнекілік – демонстрация, кескіндеу, тәжірибелік – жазбаша, проблемалық, ізденушілік, зерттеушілік, деңгейлеп-саралап оқыту, АКТ, Action Research, т.б.
Оқыту құралдары	Оқу құралдары, олимпиадалық есептер, тірек сызбалары, коспект-схемалар, анықтамалар, суреттер, мактеттер, математикалық сайттар, тест, АКТ құралдары, математикалық конкурстар мен олимпиадалардың есептері, шеберлік сынып материалдары
Оқыту нәтижелері	Алгебралық есептерді, геометриялық есептерді, графтар, симметриялар мен бояуларды қолданып логикалық есептерді, математикалық индукция, инварианттар және жұптылық әдісімен алгебралық есептерді шешуді; Юнг, Гельдер және Карамат теңсіздіктерімен теңсіздіктерді дәлелдеуді біледі және меңгереді.

Сурет 3 - «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың әдістемелік жүйесі

Көп жылдық педагогикалық тәжірибемізге сүйеніп 3-суреттегі «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың әдістемелік жүйесінің құрамды компоненттерін іске асыру бойынша әдістемелік ұсынымдарды қарастырамыз.

«6В01510(6В05410) – Математика» білім беру бағдарламасы бойынша оқитын болашақ математика мұғалімдеріне арналған «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың оқу бағдарламасы – Силлабус құрастырылып, М.Әуезов атындағы ОҚУ Оқу және оқу-әдістемелік жұмысы жөніндегі проректормен бекітілді (Қосымша А).

«Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың негізгі міндеттері:

– болашақ мұғалімдердің мектеп математика курсының бағдарламасына сәйкес жалпы математикалық мәдениетінің деңгейін көтеру, математиканы тереңірек оқып үйренуге дайындау;

– пәнді оқыту барысында математикадан олимпиадалық есептерді және оларды шығарудың негізгі әдістерін оқытып-үйрету, осы әдістерді әртүрлі олимпиадалық есептерді шығаруда қолдануға аашықтандыру;

– болашақ мұғалімдердің логикалық, алгебралық және геометриялық есептерді шешу мен теңсіздіктерді дәлелдеу әдісін өз бетінше таңдау дағдыларын қалыптастыру;

– математикадан олимпиадалық есептерді шығаруға үйретудің әдістемесін, оқушыларды олимпиадаға дайындау біліктігі мен дағдыларын қалыптастыру.

Пәнді оқу үшін студенттердің мектеп математика курсынан келесідей білім мен біліктері болуы тиіс:

- математика курсынан сандардың бөлінгіштігі, сандар теориясы;

- алгебра курсынан сандар тізбегі және олардың қасиеттері, рационал теңдеулер мен теңсіздіктер және оларды шешу тәсілдері, функциялар және олардың қасиеттері мен графиктері;

- геометрия курсынан координаталар әдісі, векторлық әдіс, түзудің теңдеуі, жазықтықтағы түрлендірулер: параллель көшіру, бұру, гомотетия, ұқсастық, геометриялық фигуралардың қасиеттері.

«Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнінің базалық білім мазмұны келесі тараулардан тұрады:

1) *Сандар теориясы.* Бүтін сандардың бөлінгіштігі, жұптығы және тақтығы. Сандық функциялар. Салыстырулар теориясы. Эйлер мен Ферма теоремалары;

2) *Комбинаторика.* Паскаль үшбұрышы және Ньютон биномы. Комбинаторикалық теңдеулер, теңсіздіктер және тепе-теңдіктер. Геометриялық мазмұнды комбинаторикалық есептерді шешу;

3) *Логикалық есептерді шешу.* Құю, өлшеу, сюжетті-тұрмыстық есептер. Жазықтықтағы бояулар және оның бөліктері, кестелер. Математикалық индукция әдісі. Дирихле принципі. Симметрия және кезектесу әдісі. Инварианттар мен бояулар әдісі. Графтар;

4) *Комплекс сандар.* Комплекс сандар өрісі. Комплекс сандарға амалдар қолдану. Муавр формуласы. Жоғары дәрежелі теңдеулерді шешу;

5) *Бүтін сандар жиынында теңдеулер мен теңдеулер жүйесін шешу.* Диофант теңдеулері;

6) *Классикалық теңсіздіктерді қолдану.* Коши және Коши-Буняковский, Чебышев, Беризлли, Гёльдер, Минковский және Юнг, Иенсен және Карамат теңсіздіктері. Теңсіздіктерді дәлелдеу;

7) *Параметрі бар теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу.* Параметрі бар теңдеулерді шешу. Параметрі бар теңсіздіктерді шешу;

8) *Функционалдық теңдеулер және оларды шешу*;

9) *Тізбектер және шектер.* Сандар тізбегі. Белгілі бір заңдылықпен орналасқан сандардың тізбегі;

10) *Қатарлар*;

11) *Геометриялық есептерді шешу.* Гомотетия. Инверсия. Проективті түрлендіру. Аффиндік түрлендіру. Центрлік симметрия. Геометриялық теңсіздіктер. Нүктелердің геометриялық орны. Салуға арналған есептер. Қосымша бұрыштар. Қосымша салулар. Планиметрияның қосымша теоремалары. Координаталар әдісі, векторлық әдіс;

12) *Максимум және минимумға арналған есептер.* Максимум және минимумға арналған алгебралық есептер. Максимум және минимумға арналған геометриялық есептер;

13) *Дифференциалдау және интегралдау есептері;*

14) *Дифференциалдық теңдеулер.*

Осы базалық мазмұнды 15 аптада оқыту үшін бөлінген сағаттарымен тақырыптық жоспары жасалды (8-кесте).

Кесте 8 – «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың тақырыптық жоспары

Апта /күні	Тақырып атауы (дәріс, практикалық сабақ, СӨЖ)	Сағат саны	Ең жоғары балл
1	2	3	4
1	Дәріс 1. Бүтін сандардың бөлінгіштігі, жұптығы және тақтығы. Сандық функциялар. Салыстырулар теориясы	1	2
	Практикалық сабақ 1. Бүтін сандардың бөлінгіштігі, жұптығы және тақтығын анықтау және дәлелдеу. Эйлер функциясы. Бірінші дәрежелі салыстыруларды шешу. Эйлер мен Ферма теоремаларының қолданылуы.	2	10
2	Дәріс 2. Комбинаторика. Паскаль үшбұрышы және Ньютон биномы. Комбинаторикалық теңдеулер, теңсіздіктер және тепе-теңдіктер.	1	2
	Практикалық сабақ 2. Паскаль үшбұрышы және Ньютон биномын қолдану. Комбинаторикалық теңдеулер, теңсіздіктерді шешу және тепе-теңдіктерді дәлелдеу. Геометриялық мазмұнды комбинаторикалық есептерді шешу.	2	10

8 - кестенің жалғасы

1	2	3	4
3	Дәріс 3. Логикалық есептер. Құю, өлшеу, сюжетті-тұрмыстық есептер. Жазықтықтағы бояулар және оның бөліктері, кестелер. Математикалық индукция әдісі. Дирихле принципі. Симметрия және кезектесу әдісі. Инварианттар мен бояулар әдісі. Графтар.	1	2
	Практикалық сабақ 3. Логикалық есептерді шешу. Құю, өлшеу, сюжетті-тұрмыстық есептерді шешу. Жазықтықтағы бояулар және оның бөліктері, кестелерін қолдану. Математикалық индукция, Дирихле принципі, симметрия және кезектесу, инварианттар мен бояулар әдісін, графтарды қолдану.	2	10
	СӨЖ-1		8
4	Дәріс 4. Комплекс сандар өрісі. Комплекс санның алгебралық және тригонометриялық формасы. Комплекс сандарға амалдар қолдану. Муавр формуласы.	1	2
	Практикалық сабақ 4. Комплекс сандарға амалдар қолдану. Муавр формуласын қолдану. Жоғары дәрежелі теңдеулерді шешу.	2	10
5	Дәріс 5. Бүтін сандар жиынында теңдеулер мен теңдеулер жүйесі.	1	2
	Практикалық сабақ 5. Бүтін сандар жиынында теңдеулер мен теңдеулер жүйесін шешу. Диофант теңдеулерін шешу.	2	10
6	Дәріс 6. Классикалық теңсіздіктерді қолдану.	1	2
	Практикалық сабақ 6. Коши және Коши-Буняковский, Чебышев, Беризлли, Гёльдер, Минковский және Юнг, Иенсен және Карамат теңсіздіктері. Теңсіздіктерді дәлелдеу.	2	10
7	Дәріс 7. Параметрі бар теңдеулер мен теңсіздіктер	1	2
	Практикалық сабақ 7. Параметрі бар теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу. Параметрі бар теңдеулерді шешу. Параметрі бар теңсіздіктерді шешу.	2	10
	СӨЖ-2		8
	1-аралық бақылау, барлығы		100
8	Дәріс 8. Функционалдық теңдеулер.	1	2
	Практикалық сабақ 8. Функционалдық теңдеулер және оларды шешу.	2	10
9	Дәріс 9. Тізбектер және шектер.	1	2
	Практикалық сабақ 9. Сандар тізбегі. Белгілі бір заңдылықпен орналасқан сандардың тізбегі.	2	8
10	Дәріс 10. Қатарлар.	1	2
	Практикалық сабақ 10. Қатарларға арналған есептерді шешу.	2	8
11	Дәріс 11-12. Геометриялық есептер және оларды шешу әдістері.	2	4

8 - кестенің жалғасы

1	2	3	4
	Практикалық сабақ 11-12. Геометриялық есептерді шешу. Гомотетия. Инверсия. Проективті түрлендіру. Аффиндік түрлендіру. Центрлік симметрия. Геометриялық теңсіздіктер. Нүктелердің геометриялық орны. Салуға арналған есептер. Қосымша бұрыштар. Қосымша салулар. Планиметрияның қосымша теоремалары. Координаталар әдісі, векторлық әдіс.	4	18
	СӨЖ-3		8
12	Дәріс 13. Максимум және минимумға арналған есептер.	1	2
	Практикалық сабақ 13. Максимум және минимумға арналған алгебралық есептер және геометриялық есептерді шешу.	2	8
13	Дәріс 14. Дифференциалдау және интегралдау есептері.	1	2
	Практикалық сабақ 14. Дифференциалдау және интегралдау есептерді шешу.	2	8
14	Дәріс 15. Дифференциалдық теңдеулер.	1	2
	Практикалық сабақ 15. Дифференциалдық теңдеулерді шешу.	2	8
	СӨЖ-4		8
	2-аралық бақылау, барлығы		100

Біз жұмысымызда «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытуда «Орта мектеп – ЖОО» жүйесінің сабақтастығын жүзеге асыру мақсатында осы пәннің базалық білім мазмұны мен мектеп математика курсының мазмұнының сабақтастығын айқындадық (9-кесте).

Кесте 9 - «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәні мен мектеп математика курсының мазмұнының сабақтастығы

«Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнінің мазмұны	Мектеп математика курсының мазмұны (5-11 сыныптар)
1	2
1-тақырып. Сандар теориясы 1.1 Бүтін сандардың бөлінгіштігі, жұптығы және тақтығы. 1.2 Сандық функциялар 1.3 Салыстырулар теориясы	Бүтін сандардың бөлінгіштігі, жұптығы және тақтығы (5-11 сыныптар)
2-тақырып. Комбинаторика	Комбинаторика (8, 9, 10 сыныптар)
3-тақырып. Логикалық есептерді шешу 2.1 Математикалық индукция әдісі 2.2 Дирихле принципі 2.3 Симметрия әдісі 2.4 Инварианттар әдісі	1. Логикалық есептерді шешу (5-11 сыныптар) 2. Математикалық индукция әдісі (9 сынып) 3. Симметрия әдісі (10 сынып)

9 - кестенің жалғасы

1	2
4-тақырып. Комплекс сандар	Комплекс сандар (11 сынып)
5-тақырып. Диофант теңдеулері	Теңдеулер және олардың жүйелері (7, 8, 9, 10, 11 сыныптар)
6-тақырып. Классикалық теңсіздіктерді қолдану 6.1 Коши және Коши – Буняковский теңсіздіктері 6.2 Чебышев теңсіздіктері 6.3 Минковский және Юнг теңсіздіктері 6.4 Иенсен теңсіздіктері	Теңсіздіктерді дәлелдеу (7, 8, 10, 11 сыныптар)
7-тақырып. Функционалдық теңдеулер	Функционалдық теңдеулер (7, 8, 9 сыныптар)
8-тақырып. Графтар	
9-тақырып. Геометриялық есептерді шығару 9.1 Геометриялық түрлендіру 9.2 Инверсия 9.3 Проективті түрлендіру 9.4 Аффиндік түрлендіру 9.5 Геометриялық теңсіздіктер 9.6 Нүктелердің геометриялық орны 9.7 Салу есептері 9.8 Қосымша салулар 9.9 Планиметрияның қосымша теоремалары	1. Геометриялық түрлендіру (9 сынып) 2. Нүктелердің геометриялық орны (7, 8 сыныптар) 3. Салу есептері (7-11 сыныптар)
10-тақырып. Тізбектер және шектер	Тізбектер және шектер (9, 10 сыныптар)
11-тақырып. Қатарлар	Қатарлар (11 сынып)
12-тақырып. Максимум және минимумға арналған есептер	
13-тақырып. Дифференциалдау және интегралдау есептері	Дифференциалдау және интегралдау есептері (10, 11 сыныптар)
14-тақырып. Дифференциалдық теңдеулер	Дифференциалдық теңдеулер (11 сынып)

9-кестеден байқайтынымыз, біздің ұсынып отырған пәннің білім мазмұны мектеп математика курсынан бастау алып, үздіксіз сабақтаса отырып тереңдетіле оқытылатын болады. Бұл болашақ математика мұғалімінің қызметіне кәсіби-әдістемелік дайындығын қамтамасыз етеді демекпіз.

Сонымен бірге, оқыту процесінде белсенді әрекетті ұйымдастыру өте маңызды. Білім алушының пәнге қызығушылығы болмаса, өздігінен ізденіспен шұғылданбаса, онда оған білім алу туралы ұғым қиынға түседі. Психикалық құбылыстар танымдық, еріктік, көңіл-күйлік (эмоция) деген үш түрге бөлінеді. Оқыту процесінде алғашқы екеуіне сүйенді де, көңіл-күйге байланысты жақтары ескерілмейді. Соның салдарынан білім, білік және дағдыларды қалыптастыру, үйрету әдістемесінің тиімділігі төмендейді. Оқу еңбегінің қарқынын көтеру үшін сезімнің білімге деген орнықты қатынастың ынталықтың атқаратын рөлі жоғары.

Әдістемелік тұрғыдан дайындығы жақсы мұғалім әр уақытта, ғылыми-педагогикалық әдебиеттермен танысып отырады, оған дамыта оқытудың негізгі бағыттары, проблемалық оқыту таныс, әртүрлі оқу-әдістемелік әдебиеттердің арасында бейімделуі де оңай. Осындай оқытушылар оқу мазмұнын, формасын, әдістері мен құралдарын, дамыта оқытудың әдістері мен тәсілдерін ұтымды түрде таңдап алып, техникалық оқу құралдарын және көрнекілік құралдарды шығармашылық түрде қолданады. Бұл оқудағы белсенділікті арттырады және білім алушылардың тиісті біліктері мен дағдыларын дамыту шарттарының бірі болып табылады. А.Е.Әбілқасымова «оқыту әдістері – оқыту процесінде мұғалім мен оқушылар арасындағы білім, тәрбие, дамыту мақсаттарына қол жеткізуге бағытталған өзара байланыс тәсілдері», - дей отырып, И.Я.Лернер берген оқыту әдістерінің негіздерін тұжырымдаған және жіктемесін ұсынады (4-сурет) [134, 135].

Сурет 4 - Оқыту әдістерінің жіктелуі

М.Әуезов атындағы ОҚУ-де жұмыс істеген тәжірибем бойынша «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытуды кіріспе сабақтан бастаған жөн көрдім.

Кіріспе сабақтың мақсаты – «Математикалық олимпиада» конкурсының мазмұны мен маңыздылығын ашу, математикалық олимпиадалардың түрлері мен олардың ерекшеліктерімен, дайындық жұмыстарымен таныстыру.

Жоғары оқу орындарында білім беру процесіндегі бірден-бір мәселе оқу процесін тиімді ұйымдастыру, тұлғаның қалыптасуы мен дамуына ерекше көңіл аудару болып табылады. Бұл мәселені шешудің негізіне оқытудың әдістері мен түрлерінің дидактикалық жүйесін қалыптастыру жатады. Тұлғаның қалыптасуы мен дамуы студенттердің оқу іс-әрекеттерін ұйымдастыру мен басқаруына байланысты болады.

Сондықтан пәнді оқыту процесінде сабақты әртүрлі формада ұйымдастыруды ұсынамын: дәріс (дәстүрлі, дәстүрлі емес, аралас), практикум, тәжірибелер, семинар, студенттердің өзіндік жұмысы (СӨЖ), студенттің оқытушымен өзіндік жұмысы (СОӨЖ), математикалық конкурстар, олимпиада, дипломдық жоба (жұмыс), математикалық үйірме, т.б.

Оқу сабақтарын өткізу түрлері:

Дәрістер: онлайн-форматта, бейне-дәрістер, тренингтер, қонақ лекциялары, вебинарлар, бейнеконференциялар, белсенді интерактивті оқыту әдістерін қолдану арқылы, дискуссиялар, университеттің ПОҚ және ҚР жетекші жоғары оқу орындары мен шетелдік жоғары оқу орындары әзірлеген ЖАОК.

Практикалық сабақтар: стартаптарды, жобаларды әзірлеумен практикалық-бағдарланған тәсіл, практикалық жағдайларды талдау (case-study), виртуалды практикалық тапсырмаларды орындау және т. б.

СӨЖ: Тапсырмаларға жатады: лекция конспектілерін құрастыру, есептерді шешу, бақылау жұмыстарын орындау, глоссарий, эссе, реферат, портфолио жазу, презентациялар дайындау және т.б. **СӨЖ тақырыптары СӨЖ орындау бойынша әдістемелік нұсқауларда беріледі.*

«Дәріс – оқу материалының логикалық тұрғыдан бірізділік қағидатына құрыла отырып, жүйелі, терең және нақты берілуі», - дей отырып А.Е.Әбілқасымова оның түрлерін ажыратып көрсеткен. Оның пікірінше, дәрістер кіріспе, ақпараттық, шолу, мәселелік, дәріс-конференция, шағын және ауқымды болып бөлінеді. Білім алушылармен сабақта кері байланыс жасау үшін мәселелік сұрақтарымен шағын дәрістерді ұйымдастыруға болады. Мұнда тақырып бойынша оқу материалын берер алдында оқытушы студенттерден бұл туралы не білетінін сұрайды; қандай да бір бекітуді ұсынғаннан кейін студенттерден өздерінің ой-пікірін талқылауға ұсыныс жасайды [134, б.46].

Р.Т.Абдраимов зерттеу жұмысында дәріс сабақтарының түрлері мен оған қойылатын талаптарды тұжырымдаған:

- оқу материалының тірек сызбалары, суреттер мен графиктерді пайдаланып, көрнекіліктермен ұштастырылуы;
- ғылыми дәлдігі, логикалық үйлесімділігі, бекітілудің тыңғылықтығы, әсерлілігі, анықтығы;
- білім алушылардың материалды тыңдауы мен талқылауға қатысуының қажеттігін, сабақ кезіндегі мақсаттарын түсінуі, қарастырылған тақырыпты орындауға әзірлігі;
- алған жаңа білімін бұрын алған білімдерімен сабақтастыра байланыстыра алуы, осы білімдерін түсініп, тұрақты есінде сақтай алуы;
- дәріс кезінде оқытушы оның жалпы мазмұнын игерту мақсатында оқушылармен кері байланыс жасауы, яғни мәселелік сұрақтар қойып және тапсырмалар беріп, жауабын сыныппен талқылауы [136].

Дәріс сабақтарын өткізу барысында математиканың өзіндік тілді – символдар тілін, яғни кестелер, формулалар, белгілер, графиктер, суреттер және тағы басқаларды пайдалануға болады. Математикалық бейнелердің мазмұнын дұрыс көріп, түсіну біліктілігі оқушыларды дамыту мен оқытудың негізгі бір бағыттары болып табылады. Қандайда бір визуалды ақпаратты алған кезде жаңа визуальды бейнелер мен формаларды құру мен құрастыру мүмкіндіктері туады. Әрбір визуалды бейне ережеге бағынышты визуалды көрінетін қатаң логикалық құрылым болып табылады. Кез келген визуалды ақпараттар өзіне мәселелік элементтерді қамтиды, өйткені визуалды материал қандайда бір мазмұнға қатысты қысқартылған ойды атқарады [137].

Визуализация әдісі үлкен көлемді ақпараттарды жүйелендіру, топтау, хабарлаудың ерекше мәнді элементтерін белгілеу негізінде қысқартылған түрде ұсынуға мүмкіндік береді. Көрнекі-бейнелік тәсілдің көмегімен математиканы оқыту процесін басқаруға болады. Басқаруды жүзеге асыруға конспектілері – қажетті білімдерді еске түсіруге және жалпылауға мүмкіндік беретін кесте. Олар блоктардан тұрады, олардың әрқайсысы теорияның жекелей үзіндісіне арналады. Мұндай схема жылдам бағыт көрсетуге мүмкіндік беретін мәтін, сурет және формуладан тұрады [138].

Тірек конспектілері негізгі ақпараттардан тұрады, оған сүйеніп онымен байланысқан мәліметтерді жаңғыртуға болады. Оның дәл осы қасиетін мұғалім оқушының оқу-танымдық іс-әрекетін ұйымдастыру үшін пайдалана алады.

Схемалар, формулалар, графиктер түрінде ұсынылған абстрактылы материалды бергенде, студент оны көруі тиіс. Берілген жағдайда, материалды көзбен қабылдау жүзеге асырылады; ұсынылған ақпаратты сөзбен жеткізген артық болмайды.

Әрбір анық құрылған символды және геометриялық бейне, оның негізгі құраушыларын көзбен белгілеуге және талдауға мүмкіндік береді. Берілген құрылым ақпараттық материалдың визуалды моделі болып табылады, кейін олар қойылған есептерді шешу барысында пайдаланылады. Бірақта оған қажетті мазмұнды енгізу үшін, визуалды ойлаудың жоғары мәдениетті болуын талап етеді. Оның қалыптасуы күрделі және ұзақ үрдіс.

АҚШ психологтарының зерттеулері бойынша, әртүрлі формадағы ақпараттардың есте сақталуының орташа пайызы анықталған (5-сурет):

- дәрістер арқылы ақпаратты құлақпен естігеннің 5%-ы;
- оқулықтар мен оқу құралдарынан және т.б. ақпаратты көзбен оқығанның 10%-ы;
- аудио-визуалды, видеолар арқылы ақпаратты көзбен және құлақпен қабылдаудың 20%-ы;
- демонстрация арқылы ақпаратты көзбен көргеннің 30%-ы;
- топпен талқылау арқылы ақпаратты көзбен көріп, құлақпен естіп және сөйлеудің 50%-ы;
- тәжірибелік іс-әрекет жүргізу арқылы ақпаратты меңгерудің 75%-ы;
- өзгелерді оқыту арқылы ақпаратты меңгерудің 90%-ы есте сақталады екен [139-142].

Сурет 5 – Білім алушылардың алған ақпараттарды есте сақтауының орташа пайызы

Тірек конспектілері пайдалану барысында тек қана оқылған тақырыптар бойынша теориялық мағлұмат алып қоймай, материалды жылдам жаңғыртуға және оларды (схемаларды) есептер шешуде қолдануға мүмкіндік береді. Олар теориялық материалдарды ұсынумен қатар қандайда бір құрамды бөлігі (шарты, жауабы, шешімі) берілмеген әртүрлі сипаттағы есептерді де қамтуы мүмкін [137, б.89].

Жоғарыда айтылғандардан басқа, тірек конспектілері қайталауды ұйымдастыру үшін анықтама ретінде пайдалануға болады, өйткені оның ішінде барлық қажетті материалдар қамтылады.

В.А.Далингердің пікірінше: «Қорытынды қайталауды оқыту үрдісінің қажетті түйіні ретінде қарастырған жөн, өйткені ол курстың жетекші ұғымдарын терең түсінуге, білім элементтері арасындағы жаңа байланысты өндіруге мүмкіндік береді. Барлығынан бұрын ол, жаңа білімді қалыптастырады және өтілген материал бойынша білімді абстракцияның жаңа деңгейіне көтереді» [143].

Тірек конспектілерін пайдаланып дәрісті жүргізудің әдістемесі мынадай демекпіз: 1) оқытушы тақырыптың атауы мен мақсатын айтқаннан кейін дәріс барысында оның әртүрлі мәселелік сұрақтар мен тапсырмалар болатынын ескертеді; 2) дәріс барысында кері байланыс жасауға, яғни сұрақтарға жауап беруге, тапсырмаларды орындауға уақыт беріледіі және олар тексеріледі.

Сонымен, математиканы оқытуда тірек конспектілерін екі тәсілмен пайдалануға болатынын айқындадық: біріншіден, дәріс сабағында оқу ақпаратын визуализациялау құралы ретінде, ал екіншіден – семинар сабағында оқу іс-әрекетін ұйымдастыру құралы ретінде қолданылады.

Мысал ретінде, «Математикалық индукция әдісі» (6, 7-суреттер), «Классикалық теңсіздіктерді қолдану» (8-сурет) атты тірек конспектілерден үзінді қарастырайық.

Математикалық индукция әдісі

Анықтама. Кейбір есептерді шығаруда, математикалық сөйлемдерді дәлелдеуде, сондай-ақ, формулаларды қорытып шығару кезінде қолданылатын талдау *математикалық индукция әдісі* деп аталады.

Бұл әдіс теоремалар мен формулаларды, тепе-теңдіктерді, бөлуге арналған есептерді, тригонометриялық функцияларды, теңсіздіктерді дәлелдеуде тиімді қолданылады.

Математикалық индукция принципінің мәні: егер қайсыбір тұжырым (формула) n=1 болғанда (немесе бұл ұйғарымның мағынасы n-нің басқа мәндерінде) ақиқат болса және n=k - қандай бір натурал мәні үшін ақиқат деп ұйғарылуынан келесі натурал n=k+1 үшін де ақиқаттығы шығатын болса, онда тұжырым n-нің барлық натурал мәнінде ақиқат.

! *Математикалық индукция әдісі келесі түрде тұжырымдалады:*

n натурал санына тәуелді тұжырым кез келген n үшін келесі екі шарт орындалған жағдайда дұрыс болады: 1) S_1 үшін шын айтылым болса; 2) S_k (кез келген k натурал мәні) үшін айтылым шын деп алғаннан S_{k+1} айтылымның да шын екені шықса, яғни осы екі шарт орындалса, онда S_n айтылымы кез келген натурал n саны үшін шын.

? Математикалық индукция әдісімен дәледеудің қандай кезеңдерден тұрады?

Математикалық индукция әдісімен дәлелдеу кезеңдері:

1) n=1 болғанда тұжырымның (формуланың) ақиқаттығы тікелей тексеріледі немесе дәлелденеді;

2) қайсыбір натурал n=k үшін тұжырым ақиқат, тура деп ұйғарылып, тұжырымның ақиқаттығы n=k+1 үшін дәлелденеді.

! Практикада қолданғанда, екінші шарттың келесі түрдегі тұжырымы ыңғайлы:

Тұжырымды натурал k үшін дұрыс деп аламыз да, оның шындығын k +1 саны үшін дәлелдейміз (кез келген k натурал саны үшін).

Негізінен ол есептің екі түрін шешуге қолданылады:

1) жекелеген бақылаулардан ой түйіп, кейбір заңдылықты тағайындайды және одан кейін оның дұрыстығын математикалық индукция әдісімен дәлелдейді;

2) кейбір формулалардың ақиқаттығын математикалық индукция әдісімен дәлелдейді.

Математикалық индукция әдісімен дәлелдеу: алдымен дәлелденетін тұжырым n = 1 үшін тексеріледі. Бұл - *индукция базисі* деп аталады. Келесі - *индукция қадамы* деп аталады. Бұл қадамда n = k үшін тұжырымның дұрыс болуы (индукцияның ұйғарымы) ұйғарылып, тұжырымның n = k +1 үшін дұрыс болуы дәлелденеді.

Тұжырымдарды дәлелдеуде математикалық индукция әдісін қолдану

1-есеп. Кез келген n натурал саны үшін $3^{2n+3}+40n-27$ өрнегі 64-ке бөлінетінін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. 1) n = 1 үшін өрнекті тексереміз: $S_1=3^5+40\cdot 1-27=256$, яғни, n = 1 болғанда, өрнек 64-ке бөлінеді. 2) n = k үшін $S_k=3^{2k+3}+40k-27$ өрнегі 64-ке бөлінеді деп ұйғарамыз.

3) Енді, соңғы өрнекті пайдаланып, n = k +1 үшін $S_{k+1}=3^{2k+5}+40(k+1)-27$ өрнегін 64-ке бөлінетіндігін дәлелдейміз.

Ендеше,

$S_{k+1}=3^{2k+5}+40(k+1)-27=9\cdot S_k-9\cdot 40k+9\cdot 27+40k+40-27=9\cdot S_k+320k+256=9\cdot S_k-64(5k-4).$

Яғни, S_{k+1} өрнегі 64-ке бөлінеді. Демек, берілген өрнек 64-ке бөлінетіні дәлелденді.

2-есеп. Кез-келген n үшін $11^{n+2}+12^{2n+1}$ өрнегі 133-ке бөлінетінін дәлелдеңдер.

Бақылау сұрақтары: 1) Математикалық индукция әдісі дененіміз не?

2) Математикалық индукция принципінің мәні неде?

Сурет 6 – Тірек конспектісінен үзінді

Математикалық индукция әдісі

Математикалық индукция әдісімен дәлелдеу қадамдары:

1) алдымен дәлелденетін тұжырым $n = 1$ үшін тексеріледі. Бұл - *индукция базисі* деп аталады;

2) $n = k$ үшін тұжырымның дұрыс болуы (индукцияның ұйғарымы) ұйғарылып, тұжырымның $n = k + 1$ үшін дұрыс болуы дәлелденеді. Бұл - *индукция қадамы* деп аталады.

Тепе-теңдіктерді дәлелдеуде математикалық индукция әдісін қолдану

3-есеп. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ екенін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. $n = 1$ үшін тепе-теңдік дұрыс, өйткені $1^3 = \left(\frac{1(1+1)}{2}\right)^2$.

$n = k$ үшін де тепе-теңдік дұрыс деп ұйғарайық: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + k^3 = \left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2$.

$n = k + 1$ үшін де тепе-теңдіктің дұрыстығын дәлелдейік:

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + k^3 + (k+1)^3 = \left(\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right)^2$. Расында да,

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + k^3 + (k+1)^3 = \left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2 + (k+1)^3 = \frac{(k(k+1))^2 + 4(k+1)^3}{4} =$$

$$= \frac{(k+1)^2(k^2 + 4k + 4)}{4} = \left(\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right)^2.$$

Осылайша кез келген n натурал саны үшін тепе-теңдіктің дұрыстығы дәлелденді.

4-есеп. Кез келген натурал n саны үшін $S_n = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \cdots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$ тепе-теңдігі орындалатынын дәлелдеңдер, мұндағы $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$.

Теңсіздіктерді дәлелдеуде математикалық индукцияны қолдану

5-есеп. Кез келген $n \geq 2$ натурал саны үшін $\frac{4^n}{n+1} < \frac{(2n)!}{(n!)^2}$ теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңдер, мұндағы $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$.

Дәлелдеуі. 1) $n = 2$ үшін берілген теңсіздікті тексереміз: $\frac{4^2}{2+1} = \frac{16}{3} < \frac{18}{3} = 6 = \frac{6 \cdot 4}{4} = \frac{4!}{2^2} = \frac{(2 \cdot 2)!}{(2!)^2}$, яғни, $n = 2$ болғанда теңсіздік орындалады.

2) $n = k$, $k \geq 2$ теңсіздік дұрыс деп ұйғарамыз. Яғни, $\frac{4^k}{k+1} < \frac{(2k)!}{(k!)^2}$.

3) Енді, соңғы теңсіздікті пайдаланып, $n = k + 1$ үшін $\frac{4^{k+1}}{k+2} < \frac{(2(k+1))!}{((k+1)!)^2}$ теңсіздігін дәлелдейміз.

$$\frac{4^{k+1}}{k+2} = \frac{4^k}{k+1} \cdot \frac{4(k+1)}{k+2} < \frac{(2k)!}{(k!)^2} \cdot \frac{4(k+1)}{k+2} = \frac{(2k)!(2k+1)(2k+2) \cdot 4(k+1)(k+1)^2}{(2k+1)(2k+2) \cdot (k!)^2(k+1)^2(k+2)} = \frac{(2(k+1))!}{((k+1)!)^2} \cdot \frac{2(k+1)^2}{(2k+1)(k+2)} <$$

$\frac{(2(k+1))!}{((k+1)!)^2}$. Бұл жерде, $\frac{2(k+1)^2}{(2k+1)(k+2)} = \frac{2k^2+4k+2}{2k^2+5k+2} = \frac{2k^2+4k+2}{2k^2+4k+2+k} < 1$ теңсіздігі қолданылды.

6-есеп. Теріс емес a саны мен кез келген натурал n саны үшін $\underbrace{\sqrt{a + \sqrt{a + \cdots + \sqrt{a}}}}_{n} \leq \frac{1+\sqrt{4a+1}}{2}$ теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңдер.

Сурет 7 – Тірек конспектісінен үзінді

Классикалық теңсіздіктерді қолдану

! *Классикалық теңсіздіктерді*, яғни орта шама теңсіздіктері, Коши, Коши-Буняковский, Бернулли, реттеу тәсілі мен Чебышев, Гёлдер, Йенсен, Юнг және басқа теңсіздіктерді қолданып, олимпиадалық есептерді шешуге болады.

1-анықтама. $A=\frac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{n}$ саны $a_1, a_2, \ldots, a_n$ сандарының *арифметикалық ортасы* деп аталады.

2-анықтама. Теріс емес $a_1, a_2, \ldots, a_n$ сандарының n көбейтіндісінен алынған $G=\sqrt[n]{a_1 a_2 \cdot \ldots \cdot a_n}$ түбір – саны бұл сандардың *геометриялық ортасы* деп аталады.

Теорема. Теріс емес $a_1, a_2, \ldots, a_n$ сандары үшін $\frac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n}$ немесе $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i \geq \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} a_i}$ теңсіздігі орындалады. Бұл теңсіздікті *Коши теңсіздігі* деп атайды.

✍ a және b сандары үшін Коши теңсіздігін жазыңдар және оны дәлелдеңдер.

Теорема. Кез келген нақты $a_1, a_2, \ldots, a_n$ және $b_1, b_2, \ldots, b_n$ сандары үшін $(a_1b_1+a_2b_2+\ldots+a_nb_n)^2 \leq (a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2)(b_1^2+b_2^2+\ldots+b_n^2)$ теңсіздігі орындалады.

Бұл теңсіздікті *Коши-Буняковский теңсіздігі* деп атайды.

1-есеп. Кез келген оң нақты a, b, c сандары үшін $a^3+b^3+c^3 \geq a^2b+b^2c+c^2a$ теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. Арифметикалық орта (АО) мен геометриялық ортаны (ГО) пайдалып, берілген теңсіздікті дәлелдейміз:

$a^3+b^3+c^{33}=\frac{a^3+a^3+b^3}{3}+\frac{b^3+b^3+c^3}{3}+\frac{c^3+c^3+a^3}{3} \geq \sqrt[3]{a^3 \cdot a^3 \cdot b^3}+\sqrt[3]{b^3 \cdot b^3 \cdot c^3}+\sqrt[3]{c^3 \cdot c^3 \cdot a^3}=a^2b+b^2c+c^2a.$

2-есеп. $abc=1$ шарты орындалатын a, b, c сандары оң нақты болса, онда $a^2+b^2+c^2 \geq a+b+c$ теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. АО мен ГО формуласын қолданамыз:

$a^2+b^2+c^2=\frac{a^2+b^2+c^2}{2}+\frac{a^2+b^2+c^2}{2}=\frac{a^2+1}{2}+\frac{b^2+1}{2}+\frac{c^2+1}{2}-\frac{3}{2}+\frac{a^2+b^2+c^2}{2} \geq a+b+c-\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}}{2}=a+b+c-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=a+b+c.$

3-есеп. $a \geq 0, b \geq 0$ болса, $2(a^4+b^4)+19 \geq 12ab$ теңсіздігін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. Коши теңсіздігін қолдану арқылы теңсіздікті дәлелдейміз:

$\frac{a_1+a_2+a_3+a_4}{4} \geq \sqrt[4]{a_1a_2a_3a_4} \rightarrow 2(a^4+b^4)+19=(a^4+b^4+16+1)+(a^4+b^4+1+1) \geq 4\sqrt[4]{a^4 \cdot b^4 \cdot 16 \cdot 1}+4\sqrt[4]{a^4 \cdot b^4 \cdot 1 \cdot 1}=4 \cdot 2ab+4ab=12ab.$

4-есеп. Кез келген оң a саны үшін $\sqrt{a}(a+1)+a(a-4)+1 \geq 0$ теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңдер.

5-есеп. $a, b, c \geq 0$ болса, $\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca} \leq a+b+c$ теңсіздігін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. Кез келген нақты x_1, x_2, x_3 және y_1, y_2, y_3 сандары үшін

$$x_1y_1+x_2y_2+x_3y_3 \leq \sqrt{x_1^2+x_2^2+x_3^2} \cdot \sqrt{y_1^2+y_2^2+y_3^2}$$

Коши-Буняковский теңсіздігін берілген теңсіздікке қолданамыз.

$x_1=\sqrt{a}, x_2=\sqrt{b}, x_3=\sqrt{c}, y_1=\sqrt{b}, y_2=\sqrt{c}, y_3=\sqrt{a}$ деп белгілейк. Сонда

$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}+\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}+\sqrt{c}\sqrt{a} \leq \sqrt{(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2+(\sqrt{c})^2} \cdot \sqrt{(\sqrt{b})^2+(\sqrt{c})^2+(\sqrt{a})^2}$, Бұдан, $\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca} \leq a+b+c.$

6-есеп. Кез келген нақты a, b сандары үшін $a^4+b^4 \geq a^3b+ab^3$ теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңдер.

Сурет 8 – Тірек конспектісінен үзінді

Біз осы тірек конспектілерін «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнінен сабақ ұйымдастыру барысында тиімді қолдана білдік. Осындай дәріс бақылаушы және жандандырушы функцияларын орындайды, өйткені мұғалімге – оқу материалын игеру сапасын бағалауға, ал оқушыларға – өзін-өзі тексеруге, талқылауға және білімін көрсетуге және тәжірибе алмасуға, оған бейімделу икемділігіне мүмкіндік береді.

Дидактикада И.Я. Лернер, М.Н. Скаткин оқытудың түсіндермелік-иллюстративтік; репродуктивтік; мәселелік; эвристикалық; зерттеушілік оқыту әдістерін бөліп көрсетеді [135, б.76].

Білім алушылардың зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру математиканы оқыту процесінде жүреді. Зерттеушілік дағдының бастапқы қалыптасуы есептерді шешу және теоремаларды дәлелдеу арқылы ала алады. Зерттеу дағдыларын қалыптастыруға мұғалімнің оқыту әдістемесін таңдауы ықпал етеді. Математиканы оқытуда қолданылатын әртүрлі оқыту әдістерінің ішінде проблемалық оқытуды бөліп көрсетуге болады. Осы әдісті жүзеге асыру барысында білім алушыларға жүйелі түрде міндеттер қойылады, оларды шешу барысында зерттеушілік дағдылары пысықталады.

Математиканы проблемалық оқыту әдісі студенттерге дәріс немесе семинар сабақтарында оқу материалын дайын күйінде бермей, оқытушы белгілі бір мәселені қойып, одан шығу жолын талқылаумен іске асады. Оқытушы мәселелік сұрақ, тапсырма немесе жағдаят туғызып қоймай, оны дұрыс шеше білу тәсілдерін де меңгертеді. Осылардың негізінде оқытушы математикалық ой, пікір, ереже, қағидаларға сүйеніп, қойылған мәселені шешу тәсілдерін, өздігінен іздену, зерттеушілік дағдыларын қалыптастыратын болады.

Біз педагогикалық тәжірибемізде семинар-практикалық сабақтарда мектеп математика курсындағы оқу материалымен ұштастыра отырып, мәселелік тапсырмалар беру арқылы өздігінен іздену, зерттеушілік дағдыларын қалыптастыруды іске асырдық.

Мысалы, математикалық индукция әдісін қолдану барысында мәселелік сұрақтармен тапсырмалар ұсынамыз.

1-есеп. Кез-келген натурал сан n үшін $11^{n+2}+12^{2n+1}$ өрнегі 133-ке бөлінетінін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. n = 1, n = 3 болғанда бөлінді орындалама? Тексеріп көріңдер.

$S_1=11^3+12^3=23\cdot 133$ саны 133-ке бөлінеді.

$n=k$ болғанда $S_k=11^{k+2}+12^{2k+1}$ өрнегі 133-ке бөлінеді деп ұйғарамыз. Бұл өрнекті қандай түрде жазамыз?

$$S_k=11^{k+2}+12^{2k+1}=133N.$$

Мұнда, N – натурал сан, қосынды 133-ке бөлінеді.

Енді, соңғы өрнекті пайдаланып, $n=k+1$ болғанда қандай өрнекті аламыз?

$$S_{k+1}=11^{k+3}+12^{2k+3}$$

Осы өрнектің 133-ке бөлінетінін дәлелдейміз.

Ол үшін қандай амал жасаймыз? Өрнекті қандай түрге келтіреміз?

$S_{k+1} = 11^{k+2} \cdot 11 + 144 \cdot 12^{2k+1} = 11 \cdot 11^{k+2} + 11 \cdot 12^{2k+1} + 133 \cdot 12^{2k+1} = 11(11^{k+2} + 12^{2k+1}) + 133 \cdot 12^{2k+1}$

$S_k = 11^{k+2} + 12^{2k+1} = 133N$ -мен ауыстырсақ, онда

$$S_{k+1} = 11 \cdot 133N + 133 \cdot 12^{2k+1} = 133(11N + 12^{2k+1})$$

Соңғы қосынды 133-ке бөліне ме?

Осыдан қандай шешім қабылдаймыз?

Кез келген натурал сан n үшін $S_n = 11^{n+2} + 12^{2n+1}$ қосынды 133-ке бөлінеді. Сонымен берілген өрнек 133-ке бөлінетіні дәлелденді [144].

2-есеп. Кез келген натурал n саны үшін $(n^5 - n)$ өрнегі 5-ке бөлінетінін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. Берілген өрнекті қалай көбейткіштерге жіктейміз?

$(n^5 - n) = n \cdot (n^2 - 1)(n^2 + 1)$.

Қандай жағдайлар қарастырамыз?

Екі жағдайды қарастырамыз: 1) n – жұп сан; 2) n – тақ сан.

1) егер $n = 2k$ болса, онда $n^2 \pm 1 = 4k^2 \pm 1$ болады.

Егер n саны 5-ке бөлінсе, онда барлығы 5-ке бөліне ме?

Егер n саны 5-ке бөлінбейтін болса, онда қандай сандар шығады?

$n = 5m \pm 1$ немесе $n = 5m \pm 2$.

Олай болса, n^2 не $25m^2 \pm 10m + 1$ -ге немесе $25m^2 \pm 20m + 4$ -ке тең болады. Сондықтан $\mathrm{n}^2 - 1$ немесе $\mathrm{n}^2 + 1$ өрнегі 5-ке бөлінеді.

2) егер $n = 2k + 1$ болса, онда қандай өрнек болады?

$n^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 2$, $n^2 - 1 = 4k^2 + 4k$.

Егер n саны 5-ке бөлінсе, онда барлығы 5-ке бөліне ме?

Егер n саны 5-ке бөлінбейтін болса, онда қандай сандар шығады?

$n = 5m \pm 1$ немесе $n = 5m \pm 2$.

Олай болса, n^2 не $25m^2 \pm 10m + 1$ -ге немесе $25m^2 \pm 20m + 4$ -ке тең болады. Сондықтан $\mathrm{n}^2 - 1$ немесе $\mathrm{n}^2 + 1$ өрнегі 5-ке бөлінеді.

Енді семинар-практикалық сабақтарда студенттердің «Паскаль үшбұрышы және Ньютон биномы» тақырыбын оқыту барысында зерттеушілік дағдыларын қалыптастыруға нақты мысалын қарастыралық.

Мектеп математика курсынан «Қысқаша көбейту формулалары: екі өрнектің қосындысының және айырымының квадраты» белгілі.

Осы тақырыпты қайталай отырып, қосымша мәселелік сұрақтар мен тапсырмалар беру арқылы студенттердің білімдерін тереңдетуді, зерттеушілік дағыларын қалыптастыруды мақсат еттік [145].

Студенттердің зерттеушілік дағыларын қалыптастыру процесі білімді игеру деңгейлерінің ерекшеліктеріне сәйкес бірнеше кезеңдерден тұрды:

1-кезең. Алгебралық және геометриялық тұрғыда екі өрнектің қосындысының және айырымының квадратының формулаларын қорытып шығару ұсынылды.

Геометриялық фигуралардың орналасуы мен сызбалары және алгебралық өрнектердің жіктелуіне қарай формулаларды қорытып шығару мен көрсету жүзеге асырылып, пысықтау жұмысына қиындығы жоғары деңгейдегі есептер ұсынылады.

2-кезең. Меңгерген білімді шығармашылықпен қолдану (заңдылықтарды орнату) негізінде жаңа тұжырымдар алу ұсынылады.

Зерттеу іс-әрекеті негізінде қысқаша көбейту формулалары: екі өрнектің қосындысының (айырымының) квадратының формулаларын үш, төрт өрнектің қосындысы (айырымы) үшін және олардың үш, төрт және бес дәрежелерін табуға үйрету жүзеге асырылды. Мұндағы бір ерекшелік – студенттерді әртүрлі ізденіс тәсілдеріне үйрету негізінде болашақ қызметіне баулу болып табылады.

«Келесі өрнектерінің мәнін қалай жазуға болады?» деген мәселелік тапсырмалар беріле отырып, студенттердің ізденіс жұмыстары ұйымдастырылады:

$$1)\ (a+b+c)^2 = ? \qquad (1)$$

$$2)\ (a-b-c)^2 = ? \qquad (2)$$

$$3)\ (ab+c+d)^2 = ? \qquad (3)$$

$$4)\ (a-b+c+d)^2 = ? \qquad (4)$$

(1), (2), (3) тапсырмаларды орындау үшін әдістемелік ұсыныстар ретінде көпмүшені көпмүшеге көбейту ережесі және топтастыру тәсілі айтылады және келесідей түрлендірулерді орындайды:

1) $(a+b+c)^2$

1-тәсіл: $(a+b+c)^2 = (a+b+c)(a+b+c) = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

2-тәсіл: $(a+b+c)^2 = \left((a+b)+c\right)^2 = (a+b)^2+2(a+b)c+c^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

2) $(a-b-c)^2$

1-тәсіл: $(a-b-c)^2 = (a-b-c)(a-b-c) = a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc$ (4)

2-тәсіл: $(a-b-c)^2 = \left((a-b)-c\right)^2 = (a-b)^2-2(a-b)c+c^2 = a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc$

3) $(a+b+c+d)^2$

1-тәсіл: $(a+b+c+d)^2 = (a+b+c+d)(a+b+c+d) = a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+2ac+2ad+2bc+2bd+2cd$

2-тәсіл: $(a+b+c+d)^2 = \left((a+b)+(c+d)\right)^2 = (a+b)^2+2(a+b)(c+d)+(c+d)^2 = a^2+b^2+c^2+d^2+2ab+2ac+2ad+2bc+2bd+2cd$

(4) формула да осындай тәсілдермен қорытылып шығарылады.

Одан әрі студенттердің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру мақсатында екі өрнектің қосындысының төртінші және бесінші дәрежелерінің формулаларын қорытып шығару ұсынылады:

$$1)\ (a+b)^4 = ? \qquad (5)$$

$$2)\ (a+b)^5 = ? \qquad (6)$$

Мектеп математика курсынан $(a+b)^4$ және $(a+b)^5$ өрнектерінің формулалары белгісіз болғандықтан, студенттер өздері оларды қорытып шығарудың алгоритмін (тәсілін) өз беттерінше анықтау ұсынылды.

$(a+b)^4$ өрнегін $((a+b)^2)^2$ түрінде жазып, тепе-тең түрлендірулерді қолдануға болатындығын;

$(a+b)^5$ өрнегін $(a+b)^2(a+b)^3$ түрінде жазып, белгілі түрлендіру ережелерін қолдануға болатындығын тұжырымдап көрсетті:

2) $(a+b)^4 = (a+b)^2(a+b)^2 = (a^2+2ab+b^2)(a^2+2ab+b^2) = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$.

3) $(a+b)^5 = (a+b)^2(a+b)^3 = (a^2+2ab+b^2)(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3) = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$.

3-кезең. Студенттерге тақырып бойынша заңдылықтарды анықтай отырып, жалпылау әдісі негізінде қорытындылар жасауға үйрету ұсынылады.

Мәселелік сұрақтар ұсынылды:

1) төмендегі формулалардан қандай заңдылықтарды байқауға болады және олардың жалпыламасы ретінде $(a+b)^n$ өрнегін анықтауға бола ма?

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;

$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$;

$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$;

...

$(a+b)^n = ?$

Нәтиже:

$$(a+b)^n = a^n + n\cdot a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1\cdot 2}a^{n-2}b^2 + \cdots + \frac{n!}{k!\,(n-k)!}a^{n-k}b^k + \cdots b^k$$

Студенттерге келесі формулалардан заңдылықтарды анықтай отырып, $(a+b+c+d+\cdots+n)^2$ өрнегін анықтауды шығармашылық тапсырма ретінде ұсынылады:

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$;

$$(a+b+c+d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd.$$

$(a+b+c+d+\cdots+n)^2 = ?$

Нәтижесі:

$$(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)^2 = a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 + 2a_1a_2 + 2a_1a_3 + \cdots + 2a_{n-1}a_{n.}$$

Болашақ математика мұғалімдеріне әртүрлі әдіс-тәсілдерді қолдану арқылы олимпиадалық есептерді шығару біліктігін бағдарламаның талабына сай дәрежеге жеткізуі тиісті. Математикада есепті бірнеше әдісті қолданып шығару білім алушылардың математикалық ойлау қабілетімен қатар, білімін дамытады. Ол үшін сол әдістерді біліп қана қою жеткіліксіз оны ретімен пайдалану дағдысын қалыптастыру, яғни білім мен қатар тәжірибеде қажет.

Біз векторларды математикалық есептерді шешуде тиімді пайдалануға болатынын көрсетеміз. Векторлық әдісті теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуде, теңсіздіктерді дәлелдеуде, тепе-теңдіктіктерді дәлелдеуде, функциялардың ең үлкен және ең кіші мәндерін табуда тиімді қолдануға болады.

Кез келген есептерді векторлық әдіспен шешудің алгоритмі келесі үш қадамнан тұрады:

1 қадам – есептің математикалық тілінен векторлық тілге көшуі жүзеге асырылады.

2 қадам – есеп векторлардың ішінде шығарылады.

3 қадам – екінші қадамда алынған нәтижелер кері көшеді, яғни векторлық тілден геометриялық тілге көшу жүзеге асырылады [146].

Геометриялық тілден векторлыққа және керісінше көшу іскерлігін меңгеру үшін векторлық қатынастың геометриялық тілде өрнектелуін білу қажетті.

Олимпиадалық есептерді әртүрлі әдістермен шығару – білім алушылардың математикалық ойлауын дамытатын құрал болып табылады. Сондықтан олимпиадалық есептерді векторлық әдіспен шығаруға үйрету арқылы зерттеушілік дағдыларын қалыптастыруды жүзеге асыруға болады [147].

Ал, енді олимпиадалық есептерді векторлардың көмегімен шығарып көрелік.

3-есеп. $\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab}+\sqrt{cd}$, $(a,b,c,d \geq 0)$ теңсіздігін дәлелдеңдер.

Студенттердің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру мақсатында бұл есепті: 1) стандартты әдіспен дәлелдеу; 2) стандартты емес әдіспен, яғни векторлық әдіспен дәлелдеу; 3) осы екі әдістің қайсысының тиімді екенін айқындау ұсынылды.

Алдымен берілген теңсіздікті стандартты әдіспен дәлелдеу кезінде оқушыларға мынадай сұрақтар қоямыз:

1) бұл теңсіздіктің ақиқаттығын қалай дәлелдеуге болады?

2) берілген теңсіздікті дәлелдеу үшін қандай тәсілдерді пайдаланамыз?

3) дәлелдеуді неден және қалай бастау керек?

Онан соң берілген теңсіздікті стандартты емес әдіспен, яғни векторлық әдіспен дәлелдеуді қарастырамыз. Мұнда координаталарымен берілген векторлардың скаляр көбейтіндісін және ұзындықтарын еске алып, қайталау жасаймыз. Векторлардың скаляр көбейтіндісі үшін қандай векторлық теңсіздік орындалатынын еске түсіреміз.

Теңсіздіктің екі әдіспен дәлелдемесін кесте арқылы көрсетейік (10-кесте).

Кесте 10 - Теңсіздіктің екі әдіспен дәлелдемесі

Стандартты әдіс бойынша шығару	Векторлық әдіспен шығару
Берілген теңсіздіктің екі жағы да оң, сондықтан оның екі жағын да квадраттап мынаны аламыз: $\left(a+c\right)\left(b+d\right)\geq ab+cd+2\sqrt{abcd}$, $ab+ad+bc+cd\geq ab+cd+2\sqrt{abcd}$,	Берілген теңсіздікті $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}+\sqrt{c}\cdot\sqrt{d}\leq\sqrt{a+c}\cdot\sqrt{b+d}$ түрінде жазып алып, $\vec{u}=\left(\sqrt{a};\sqrt{c}\right)$ және $\vec{v}=\left(\sqrt{b};\sqrt{d}\right)$ векторларын енгіземіз. Сонда бұл векторлардың скаляр көбейтіндісі
$bc+ad\geq 2\sqrt{abcd}$, $\dfrac{bc+ad}{2}\geq\sqrt{(ab)(cd)}$ болады. Егер $bc=p$, $ad=q$ деп белгілесек, онда $\dfrac{p+q}{2}\geq\sqrt{pq}$ Коши теңсіздігі деп аталатын ақиқат теңсіздік шығады. Олай болса берілген теңсіздік те ақиқат болады.	$\vec{u}\cdot\vec{v}=\sqrt{ab}+\sqrt{cd}$, ал сәйкесінше ұзындықтары $\left\|\vec{u}\right\|=\sqrt{a+c}$ және $\left\|\vec{v}\right\|=\sqrt{b+d}$ болады. Алынған теңдіктерді $\vec{u}\cdot\vec{v}\leq\left\|\vec{u}\right\|\cdot\left\|\vec{v}\right\|$ белгілі теңсіздігіне қоятын болсақ, $\vec{u}\cdot\vec{v}=\sqrt{ab}+\sqrt{cd}\leq\left\|\vec{u}\right\|\cdot\left\|\vec{v}\right\|=\sqrt{(a+c)(b+d)}$ теңсіздігі орындалады.

Есептердің шешімін іздегенде мүмкіндігінше әр есептің екі әдіспен шығару жолын көрсеткен жөн. Біріншісі, белгілі алгоритмді пайдалану арқылы, екіншісі, стандартты емес тәсілмен. Мұндай есептерді жүйелі түрде шығаруға үйрету студенттердің есеп шешімін тұрақты бір «қатып қалған» жолмен ғана емес, басқа да тәсілдер іздеу әрекеттерін қалыптастырады [148].

Көріп отырғанымыздай, берілген есептерді стандартты әдіспен шығарғанға қарағанда, оны векторлық әдіспен шығару әрі қысқа, әрі жеңіл болып табылады.

4-есеп. $a+b+c\leq\sqrt{3(a^2+b^2+c^2)}$, мұндағы a,b,c – оң нақты сандар) теңсіздігін дәлелдеңдер.

Осы есепті келесі мақсатты көздей отырып ұсындық:

1) теңсіздікті стандартты әдістермен дәлелдеу;

2) стандартты емес тәсілмен, атап айтқанда векторлық тәсілмен дәлелдеу;

3) осы екі әдістің қайсысының тиімді екендігін айқындау.

Алдымен, берілген теңсіздікті стандартты әдіспен дәлелдеу мәселесіне тоқталайық. Осы есепті ұсына отырып, студенттерге: «Бұл теңсіздіктің ақиқаттығын қалай дәлелдеуге болады?», «Берілген теңсіздікті дәлелдеу үшін қандай әдістерді пайдаланамыз?», «Дәлелдеуді неден және қалай бастау керек?» деген сұрақтар берілді.

Теңсіздікті дәлелдеуді неден бастауды білмеген студенттер тарапынан мынадай жауаптар түсіп жатты: «Алдымен теңсіздіктің екі жағын да квадрат дәрежеге шығару керек», «содан кейін $(a+b+c)^2-3(a^2+b^2+c^2)$ айырмасының оң емес екендігін дәлелдеп көрсету керек». Ал бұл айырманың оң емес екендігін қалай анықтаймыз деген сұраққа: «Жақшаларды ашып, соңғы айырманы ықшамдау керек» деген сияқты жауаптар алынды. Студенттердің жоғарыдағыдай ой қозғалыстарының нәтижесінде келесі өрнек алынды:

$(a+b+c)^2-3(a^2+b^2+c^2)=[(a+b)+c]^2-3a^2-3b^2-3c^2=a^2+2ab+b^2+2(a+b)c+c^2-3a^2-3b^2-3c^2=2ab+2ac+2bc-2a^2-2b^2-2c^2$.

Бұдан әрі қарай студенттер соңғы алынған өрнектің оң емес екендігін, яғни $2ab+2ac+2bc-2a^2-2b^2-2c^2\le 0$ теңсіздігінің ақиқаттығын тағайындауда қатты қиналып, тығырыққа тірелді. Сондықтан соңғы теңсіздіктің ақиқаттығын дәлелдеудің екі әдісін студенттерге жеке-жеке көрсеттік.

1-әдіс. $2ab+2ac+2bc-2a^2-2b^2-2c^2=-[(a^2-2ab+b^2)+(a^2-2ac+c^2)+(b^2-2bc+c^2)]=-[(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2]=-(a-b)^2-(a-c)^2-(b-c)^2\le 0.$

2-әдіс. $2ab+2ac+2bc-2a^2-2b^2-2c^2$ өрнегіндегі әріптердің біреуін ғана айнымалы деп қабылдап, ал қалғандарын тұрақтылар деп есептеп, мысалы, берілген өрнекті a айнымалысына тәуелді (онда b мен c тұрақтылар болады) квадрат үшмүшелік деп қарастырамыз:

$2ab+2ac+2bc-2a^2-2b^2-2c^2=-2a^2+2(b+c)a+(2bc-2b^2-2c^2)$.

Бұл квадрат үшмүшеліктің бірінші коэффициенті (-2)-ге тең болғандықтан, оның графигі – параболаның тармақтары төмен қарай.

$D=4(b+c)^2+8(2bc-2b^2-2c^2)=4b^2+8bc+4c^2+16bc-16b^2-16c^2=-12b^2+24bc-12c^2=-12(b^2-2bc+c^2)=-12(b-c)^2\le 0;$

Демек, кез келген b, c нақты сандар үшін $D\le 0$ болады. Ендеше кез келген a, b, c нақты сандары үшін $2ab+2ac+2bc-2a^2-2b^2-2c^2\le 0$ теңсіздігі орындалады.

Ең соңында $2ab+2ac+2bc-2a^2-2b^2-2c^2\le 0$ теңсіздігінің орынды болатындығы тағайындалады. Осыдан келіп берілген теңсіздіктің де кез келген a, b, c – оң нақты сандары үшін ақиқат екендігіне студенттердің көздері жетті. Дәл осындай есеп бұрын да шығарылғанымен, оқушылардың көпшілігі оны шығара алмады.

Математикада параметрі бар есептер күрделі есептер қатарына жатқызылады. Мұндай есептер зерттеушілік сипатқа ие – есепті шығару барысында белгілі формулаларды пайдаланумен қатар, есептің шешімі үшін белгілі бір шарт орындалатындай параметрдің мәндерін табу қажет болады. Сондықтан мұндай есептерді шығаруға үйрету үшін алдымен, құрамында параметрі жоқ есептерді шығара білуі керек [149].

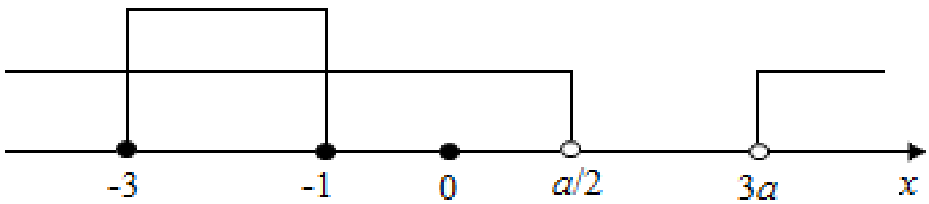
Мысалы, алгебра курсының қиындығы жоғары кейбір есептерін шығару үшін белгісіздерді алмастыру арқылы квадрат үшмүшені зерттеуге тура келеді. Есептер құрамындағы параметрдің әртүрлі мәндерінде әртүрлі әдіспен шығарылады.

Болашақ мұғалімдерді параметрі бар есептерді шығаруға машықтандыру үшін фунциялардың қасиеттерін, теңдеулер мен теңсіздіктерді шешудің әртүрлі әдістерін, алгебралық түрлендірулер жасай білуге басты назар аударуымыз керек. Мұндай есептерді шешудің жалпы әдістері жоқ (параметрі бар сызықты теңдеулер, теңсіздіктер және теңдеулер жүйесін, квадрат теңдеулер мен олардың түбірлерінің берілген сандарға қатысты орналасу жағдайына берілген есептерді санамағанда). Оларды шығару барысында параметрдің барлық мәндерін табуға берілген есептерге және параметрі бар теңдеулерді (теңсіздіктер, жүйелер) шығаруға берілген есептерге көңіл бөлген жөн.

Математикалық олимпиадаларда да параметрдің барлық мәндері үшін теңдеудің немесе теңсіздіктің шешімін табуға берілген есептер көп кездеседі. Параметрі бар теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу үшін теңдеудің және теңсіздіктің шешімін сипаттайтын параметрге тәуелді арнайы формулаларды табу және оны параметрдің әртүрлі мәндері үшін зерттеу қажет болады.

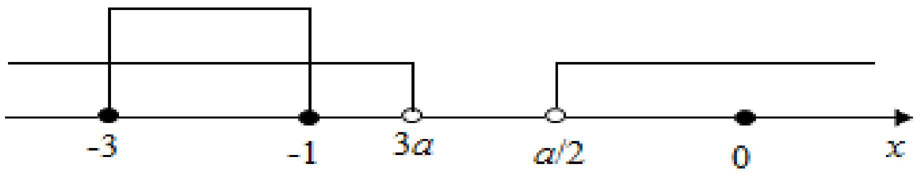
5-есеп. $[-3:-1]$ кесіндісі $\frac{x-3a}{a-2x}<0.$ теңсіздігі шешімінің ішкі жиыны болатындай a - ның мәндерін табыңдар.

Шешуі. *1-әдіс (стандартты әдіс).* Берілген теңсіздікті түрлендірсек, $\frac{x-3a}{a-2x}<0 \Rightarrow \frac{x-3a}{x-\frac{a}{2}}>0,$ яғни есептің шешімі $[-3;-1]$ кесіндісі мен $\frac{a}{2}$, $3a.$ нүктелерінің өзара орналасуына тәуелді болатынын көреміз. Әртүрлі жағдайларды қарастырамыз (9, 10, 11-суреттер).

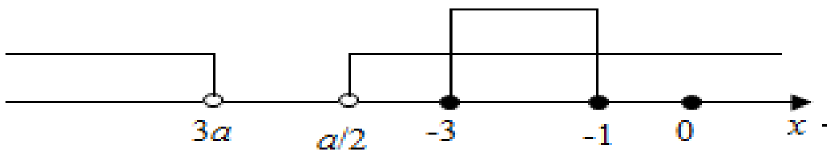


Сурет 9 - $a \geq 0$ болған жағдайда

Бұл жағдайда (9-сурет) берілген кесінді есептің шешімінің ішкі жиыны болады.



Сурет 10 - $a \leq 0$ болған жағдайда



Сурет 11 - $a \leq 0$ болған жағдайда

Бұл жағдайда берілген кесінді сол жақ (10-сурет) немесе оң жақ (11-сурет) интервалдардың ішкі жиыны болуы мүмкін немесе

$$[-3;-1]\subset(-\infty;3a)\Leftrightarrow -1<3a\Leftrightarrow a>-\frac{1}{3} \text{ немесе } [-3;-1]\subset\left(\frac{a}{2};+\infty\right)\Leftrightarrow \frac{a}{2}<-3\Leftrightarrow a<-6.$$

Екі жағдайды ескерсек, $a\in(-\infty;-6)\cup\left(-\frac{1}{3};+\infty\right).$

Жауабы: $(-\infty;-6)\cup\left(-\frac{1}{3};+\infty\right).$

Есепті $(x;a)$ жазықтығында қарастыру арқылы оңай шешуге болады.

2-әдіс (есепті $(x;a)$ жазықтығында шешу). Берілген теңсіздікті басқаша жазайық:

$$\frac{x-3a}{a-2x}<0\Leftrightarrow (x-3a)(a-2x)<0\Leftrightarrow (3a-x)(a-2x)>0.$$

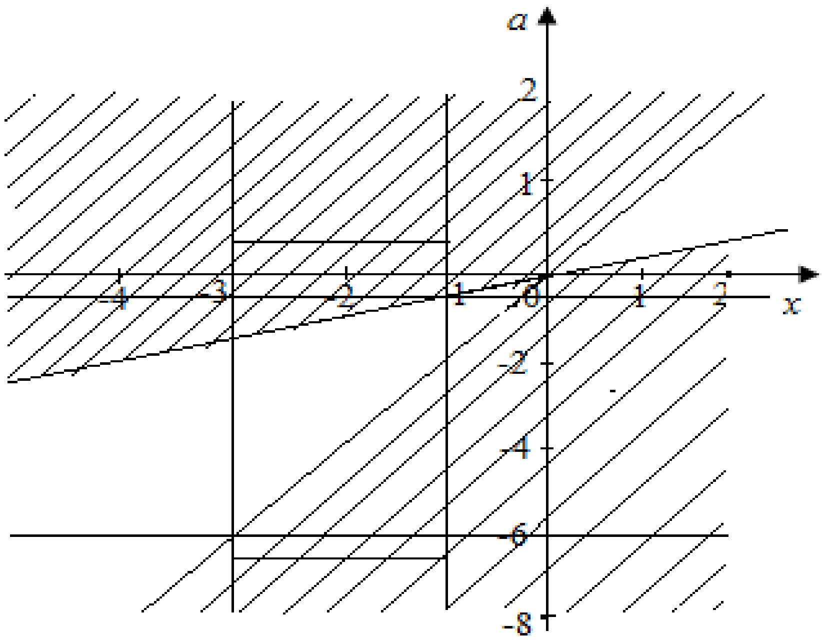
Квадратты теңсіздікті графиктік тәсілмен шешеміз.

$(3a-x)=0$ және $(a-2x)=0$ түзулерін $(x;a)$ жазықтығында саламыз (12-сурет).

Жазықтық $(3a-x)(a-2x)$ өрнегі таңбасын сақтайтындай төрт бұрышқа бөлінді. Осы өрнектің таңбасын сызылған түзулердің бойында жатпайтын белгілі бір «жақсы» нүктеде анықтайық, мысалы $(0;1)$: $(3)\,(1)>0.$ Бұдан таңдап алынған нүкте жататын бұрыштың ішіндегі кез келген нүкте үшін $(3a-x)(a-2x)>0.$ теңсіздігі орындалады деген қорытынды жасаймыз.

Енді басқа бұрыштарды қарастырамыз. Бұл бұрыштардың ішінен нүктені таңдаудың қажеті жоқ, себебі оның ішінде көбейтіндінің таңбасы қарама-қарсы болады.

Сонымен, $(3a-x)(a-2x)>0,$ теңсіздігі суретте белгіленген бұрыштардың ішінде орындалады. Енді келесі вертикаль түзулерді сызайық: $x=-3$ және $x=-1.$



Сурет 12 - $(x;a)$ жазықтығы

Сандық осьте $[-3;-1]$ кесіндісін белгілейік және a – ның қандай мәнінде берілген кесінді белгіленген бұрыштардың қайсысында жататынын анықтайық. Ол үшін төмендегі теңдеулер жүйелерін шешеміз:

$$\begin{cases} x=-3 \\ x=\dfrac{a}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ a=-6 \end{cases} \text{ және } \begin{cases} x=-1 \\ 3a=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ a=-\dfrac{1}{3}. \end{cases}$$

Жауабы: $(-\infty;-6)\cup\left(-\frac{1}{3};+\infty\right)$.

6-есеп. $49^x-b\cdot 7^x+2b+5=0$ теңдеуінің жалғыз шешімі болатындай a параметрінің барлық мәндерін табыңдар.

Шешуі. Айнымалыны алмастырамыз: $7^x=t, t>0,$ онда берілген теңдеу келесі түрге келеді: $\begin{cases} t^2-bt+2b+5=0, \\ t>0. \end{cases}$

Бұл теңдеудің дискриминанты толық квадрат болмайды, сондықтан квадрат үшмүшені «жақсы» сызықты көбейткіштерге жіктеу мүмкін емес.

Бірінші әдіс. Берілген есеп квадрат теңдеудің бір оң түбірі болатындай b параметрінің мәндерін табуға келтірілді.

Біріншіден, квадрат теңдеудің жалғыз түбірі бар және оның таңбасы оң болады, яғни

$$\begin{cases} D=b^2-8b-20=0, \\ t=\dfrac{b}{2}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} b=10, \\ b=-2 \end{array}\right. \\ t=\dfrac{b}{2}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=10, \\ t=5. \end{cases}$$

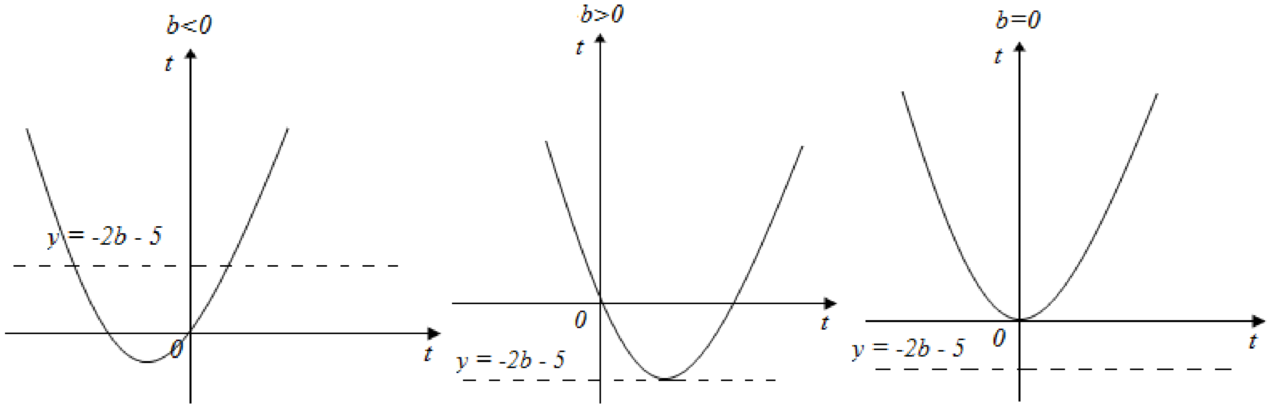
Екіншіден, түбірлердің таңбалары әртүрлі болғанда дискриминанттың оң мәні үшін екі түбірдің біреуі оң немесе бір түбір оң, ал екіншісі 0-ге тең болуы керек, яғни

$$\begin{cases} D>0, \\ t_1t_2=2b+5<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b\in(-\infty;-2)\cup(10;+\infty), \\ 2b+5<0 \end{cases} \Leftrightarrow b\in\left(-\infty;-\frac{5}{2}\right), \text{ немесе } \begin{cases} D>0, \\ t>0, \\ \left[\begin{array}{l} t=0, \\ t=-\dfrac{5}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \varnothing.$$

Жауабы: $\left(-\infty;-\frac{5}{2}\right)\cup\{10\}$.

Екінші әдіс. Дискриминант толық квадрат болмағандықтан, теңдеуді басқаша жазамыз: $t(t-b)=-2b-5.$

Есепті графиктік тәсілмен шешеміз, яғни b-ның әртүрлі мәндерінде $y=t(t-b)$ параболасын саламыз (13 *а, ә, б*-суреттер) және оны $y=-2b-5.$ түзуімен қиылыстырамыз. Бос мүшесі 0-ге тең квадраттық функцияның графигін салу оңай, себебі бұл жағдайда дискриминантты қарастыру міндетті емес [99, б.315].



Сурет 13, *a*) Сурет 13, ә) Сурет 13, б)

13, *a*)-суреттен көріп отырғанымыздай, $b<0$ және $-2b-5>0 \Leftrightarrow b<\frac{5}{2}.$ болғанда теңдеудің жалғыз оң шешімі бар.

Егер (13, ә, б-суреттер) $b \geq 0,$ болса, онда $-2b-5<0,$ және $y=-2b-5$ түзуі параболамен тек төбесінде жанасады, яғни

$$-2b-5=y(\mathrm{t}_{\text{верш}}) \Leftrightarrow -2b-5=-\frac{b^2}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0, \\ b=-2. \end{array}\right.$$

$b \geq 0,$ шарты $b=10.$ болғанда орындалады. Сонымен $a \in \left(-\infty;-\frac{5}{2}\right) \cup \{10\}.$ болғанда есептің жалғыз шешімі болады.

Жауабы: $a \in \left(-\infty;-\frac{5}{2}\right) \cup \{10\}.$

Сонымен, аталған тақырыптың жаңа материалдарын студенттерге саналы игерту (білімнің қажеттігін түсінулері; оларды қолдана алу арқылы жаңа мәліметтерді табу тәсілдерін игерулері; ізденіс тәсілдерін, ғылыми таным әдістерін қолданудың білімдер арасындағы байланыстарын, жаңа заңдылықтарды айқындаудағы тиімділігіне өздерінің іс-әрекеттері арқылы көз жеткізулеріне және т.с.с.) танымдық іс-әрекеттің деңгейлік сатыларының (репродуктивтік – ізденушілік – зерттеушілік (шығармашылық)) арасындағы сабақтастық негізінде мәселелік сұрақтарға жауап іздеуді ұйымдастыру арқылы жүзеге асырылды.

Зерттеушілік дағдыны қалыптастыруды оқулықтан теориялық материалды өз бетінше оқу арқылы ұйымдастыруға болады. Бұл жағдайда білім алушы жұмысты орындамас бұрын тапсырма алуы керек. Тапсырмаларды келесідей тұжырымдауға болады:

– жаңа геометриялық объектіні анықтаңыз; оның анықтамасын тұжырымдаңыз, объектінің маңызды белгілерін, оның қасиеттерін анықтаңыз; байланысты ұғымдарды анықтаңыз; байланысты ұғымдардың иерархиясын анықтаңыз;

– шарт пен қорытындыны бөліп көрсете отырып, теореманы тұжырымдаңыз; теоремадан алынған тұжырымдардың ақиқатын зерттеңіз; есептерді шешу процесінде осы теореманы және одан алынған шынайы тұжырымдарды қолдану критерийлерін ойластырыңыз.

Зерттеу сипатындағы тапсырмалар оқушыға тапсырмаларды шешу кезінде ұсынылуы мүмкін:

– бұл мәселені шешу үшін координаттар әдісі, геометриялық түрлендіру әдісі, векторлар әдісі қолданылады ма? Бұл жағдайда әдістердің қайсысы ең ұтымды?

– бұл тапсырманың жалғыз шешімі бар ма (құрылысқа арналған тапсырмалардың зерттеу компоненті).

Мектеп геометрия курсындағы есептерді шешудің әдістер – векторлық, координаталық, геометриялық түрлендірулер әдісі – геометрияны оқытуда тиісті орынға ие болмай отыр және оларға аз көңіл бөлінеді.

А.К.Ардабаеваның диссертациясында мектеп геометрия курсындағы есептердің классификациясы, оларды шығару кезеңдері мен геометриялық есептерді шығару әдістері жүйеленген. Ол жұмысында «геометрия оқулықтарына әртүрлі әдістермен шешілетін есептерді енгізген жөн және оқушылар әдістердің бәрін қарастырып ішіндегі тиімдісін таңдай білуге үйренуі тиіс», - деп тұжырымдайды [32, б.137].

Шын мәнінде, біз көптеген негізгі қатынастар мен геометриялық деректер мектеп геометриясының негізгі курсына кірмейтініне көз жеткіздік. Алайда, олардың кейбіреулері әлі күнге дейін қолданылуда. Олардың кейбіреулері Менелай, Чева, Стюарт, Птолемей теоремалары. Бұл теоремалар қарапайым және қызықты, теоремаларды олимпиадалық есептерді шешуде қолдануға болады. Бұл теоремалары түсінуге өте қарапайым. Бірақ қиындығы, осы теоремаларды игере алуда, салу есептер шешуде қолданысқа ие екені сөзсіз. Теоремаларды қолдана отырып есептерді шешу оларды басқа тәсілдермен шешуден гөрі ұтымды, мысалы, векторлық, бұл қосымша әрекеттерді қажет етеді [150].

Енді осы теоремалардың олимпиадалық есептерді шешуде қолданылуын қарастырайық.

7-есеп. ABC үшбұрышы берілген. $AB = 13$ см, $BC = 15$, $AC = 14$ см. $AN{:}NB = BL{:}LC = CM{:}MA = 2{:}1$. 14-суреттегі боялған бөліктің, яғни $A_1B_1C_1$ үшбұрышының S_1 ауданын табыңдар [151].

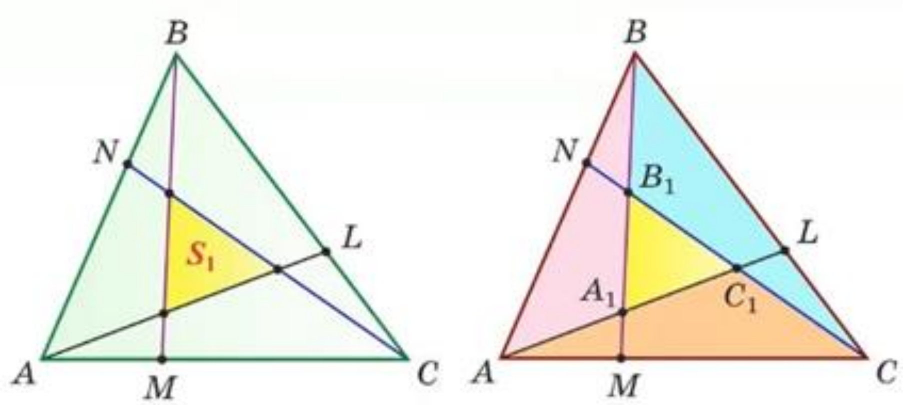
Шешуі. Алдымен қайталау мен еске салу жұмыстарын жүргіземіз:

1) Егер екі үшбұрыштың сәйкес екі биіктігі өзара тең болса, онда олардың аудандарының қатынасы сәйкес табандарының қатынасына тең болады (15-сурет).

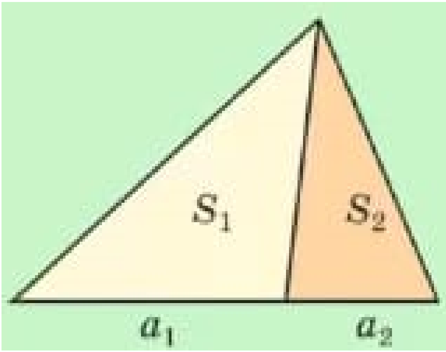
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a_1}{a_2}$$

2) Үшбұрышқа байланысты үш нүктенің бір түзудің бойында орналасуы туралы Менелай теоремасын қарастырамыз (16-сурет).

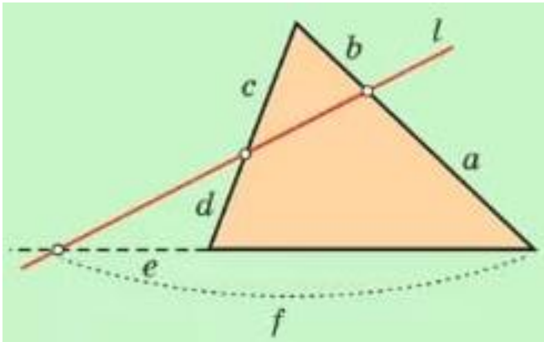
$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} = 1$$



Сурет 14 – *ABC* үшбұрышы



Сурет 15 – Үшбұрыштың бөліктері



Сурет 16 - Менелай теоремасы

Енді берілген есепті шығаруға көшейік:

3) *ABC* үшбұрышының ауданын S арқылы белгілейміз: $S_{ABC} = S$.

Сонда есептің шарты бойынша және *BM* кесіндісімен бөлінген *ABC* үшбұрышының *ABM* және *CMB* бөліктерінің аудандары келесі қатынаста болады:

$$\frac{S_{ABM}}{S_{CBM}} = \frac{AM}{MC} = \frac{1}{2}$$

Осыдан *ABM* үшбұрышының ауданын табамыз:

$$S_{ABM} = \frac{1}{3} S_{ABC} = \frac{1}{3} S.$$

4) *CMB* үшбұрышына Менелай теоремасын қолданып, келесі қатынасты аламыз:

$$\frac{CL}{LB} \cdot \frac{BA_1}{A_1M} \cdot \frac{MA}{AC} = 1$$

Есептің шартын ескеріп, келесі қатынасты анықтаймыз:

$\frac{1}{2} \cdot \frac{BA_1}{A_1M} \cdot \frac{1}{3} = 1$, осыдан $\frac{BA_1}{A_1M} = \frac{6}{1}$ болады.

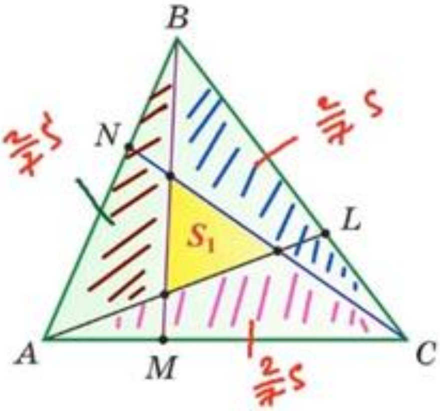
5) *ABM* үшбұрышындағы ABA_1 және AMA_1 үшбұрыштарының қатынасын табамыз:

$$\frac{S_{ABA_1}}{S_{AMA_1}} = \frac{BA_1}{A_1M} = \frac{6}{1}, \text{ ал } S_{ABA_1} + S_{AMA_1} = S_{ABM}.$$

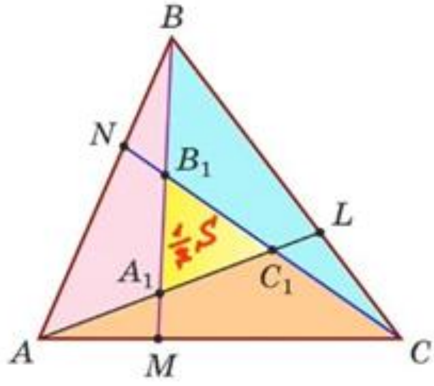
Демек, $S_{ABA_1} = \frac{6}{7} S_{ABM} = \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{3} S = \frac{2}{7} S.$

6) Дәл осылай CBB_1 және ACC_1 үшбұрыштарының аудандарын табамыз және олар ABA_1 үшбұрышының ауданына тең болады (17-сурет):

$$S_{ABA_1} = S_{CBB_1} = S_{ACC_1} = \frac{2}{7} S.$$



Сурет 17



Сурет 18

7) Ізделінді $A_1B_1C_1$ үшбұрышының S_1 ауданы (18-сурет):

$$S_1 = S_{A_1B_1C_1} = S - S_{ABA_1} - S_{CBB_1} - S_{ACC_1} = S - \frac{2}{7} S - \frac{2}{7} S - \frac{2}{7} S = \frac{1}{7} S$$

8) Енді үш қабырғасы бойынша ABC үшбұрышының ауданын Герон формуласымен табамыз:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7} = 84.$$

$$S_1 = \frac{1}{7} S = \frac{1}{7} \cdot 84 = 12.$$

Жауабы: $S_1 = S_{A_1B_1C_1} = 12$ см^2.

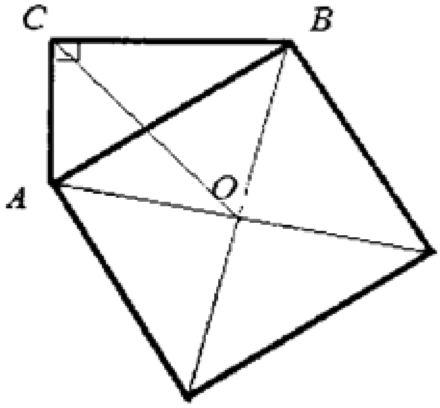
8-есеп. Тікбұрышты үшбұрыштың катеттері $3\sqrt{2}$ см, $4\sqrt{2}$ см. Гипотенузаның бойынан тысқара квадрат салынған. Тікбұрыштың C төбесінен квадраттың центріне дейінгі қашықтықты табыңдар [152].

Шешуі. 1) $\angle ACB = \angle AOB = 90°$ болғандықтан $AOBC$ төртбұрышына сырттай шеңбер сызуға болады (19-сурет).

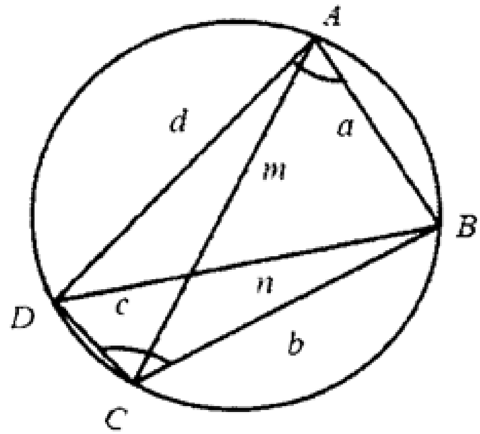
2) Птолемей теоремасын еске аламыз.

Теорема. Шеңберді іштей сызылған ABCD төртбұрышының a, b, c, d қабырғалары және m, n диагональдары әр уақытта төмендегідей байланыста болады (20-сурет):

$$a \cdot c + b \cdot d = m \cdot n$$



Сурет 19



Сурет 20

3) Ендеше осы Птолемей теоремасы бойынша:

$$CO \cdot AB = AC \cdot OB + CB \cdot AO$$

теңдігі орындалады.

4) ACB тікбұрышты үшбұрышынан:

$AC = 3\sqrt{2}$ см, $CB = 4\sqrt{2}$ см, $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{18 + 32} = 5\sqrt{2}$ см.

5) AOB тікбұрышты үшбұрышынан:

$2AO^2 = AB^2;\ 2AO^2 = 50,\ AO = OB = 5$ см.

6) Сонымен,

$$CO \cdot 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \cdot 5 + 4\sqrt{2} \cdot 5,$$
$$CO \cdot 5\sqrt{2} = 35\sqrt{2},$$
$$CO = 7 \text{ см.}$$

Жауабы: $CO = 7$ см.

Цифрлық технологияның дамуы білім беру саласында өзгерістерге әкелді. Соңғы жылдары цифрлық технологияның оқу процесіне кіріктірілуі кең таралып, мұғалімдерге де, оқушыларға да көптеген артықшылықтар ұсынылды.

Оқытушылар үшін цифрлық технологияны қолдану оқыту әдістерін жетілдіруге, білім алушыларды тиімдірек оқуға тартуға және оқу процесін жеңілдетуге жаңа мүмкіндіктер ашады. Цифрлық білім беру құралдарының көмегімен оқытушылар көптеген ақпаратқа, ресурстарға және оқу материалдарына қол жеткізе алады, бұл сабақты жоспарлауды, оқу үлгерімін бағалауды жеңілдетеді және динамикалық және интерактивті оқу ортасын жасайды. Сондай-ақ, технология мұғалімдерге әлемдегі басқа оқытушылармен байланысуға және ресурстармен алмасуға мүмкіндік беретін ынтымақтастық пен коммуникацияның жаңа әдістерін ұсынады. Дегенмен, басты сұрақ мынада: цифрлық технология болашақ мұғалімдердің зерттеушілік дағдыларын дамытуда қандай да бір рөл атқара ма? Атқаратын болса, қандай?

Ақпаратқа қол жеткізу тиімді зерттеулер үшін өте маңызды, ал цифрлық технология оқытушыларға көптеген ақпарат пен ресурстарға оңай қол жеткізуге мүмкіндік береді. Дерекқорлар мен іздеу жүйелері сияқты цифрлық ресурстар болашақ мұғалімдерге тиісті зерттеулер мен мақалаларды табуға және оларға қол жеткізуге мүмкіндік береді. Онлайн курстар мен семинарлар (OCWs) болашақ мұғалімдерге білім берудегі зерттеулер мен озық тәжірибелермен танысуға мүмкіндік береді.

Цифрлық технологиялардың болашақ мұғалімдер үшін маңызды болуының тағы бір негізгі себебі – бұл олардың зерттеушілік дағдыларын дамытуға мүмкіндік береді. Бірлескен оқыту және пікірталас форумдары болашақ мұғалімдерге ой бөлісуге қатысуға және идеяларын басқалармен талқылауға мүмкіндік береді. Тиімді зерттеулер жүргізу үшін маңызды сыни ойлау мен есептер шығару дағдыларын дамытуға көмектеседі. Деректерді талдау зерттеудің маңызды аспектісі болып табылады және электрондық кестелер мен статистикалық бағдарламалық қамтамасыз ету сияқты деректерді талдаудың программалық құралы болашақ мұғалімдерге деректерді тиімді басқаруға және талдауға көмектеседі. Бұл зерттеу нәтижелерін түсіну және оқыту туралы негізделген шешімдер қабылдау үшін өте маңызды. Осы цифрлық құралдарды өздерінің кәсіби тәжірибелеріне енгізу арқылы болашақ мұғалімдер жақсы зерттеушілер мен білім берушілер бола алады.

Дегенмен, болашақ мұғалімдердің зерттеушілік дағдыларын арттыруға арналған цифрлық технологияның құралдары – программалардың болмауы осы мәселенің әртүрлі аспектілерін жеткіліксіз зерттеумен байланысты болуы мүмкін. Осы теориялық олқылықтың орнын толтыру үшін зерттеуіміз болашақ мұғалімдердің зерттеу дағдыларын дамытуда қолданыстағы цифрлық технологиялардың қаншалықты тиімді екенін анықтауға бағытталып отыр. Осы мақсатта алдымен қолданыстағы әдебиеттер зерттеліп, болашақ мұғалімдердің зерттеушілік дағдыларын дамытуға әсер ететін технологиялар анықталды, содан кейін цифрлық оқыту әдістемесін қолдана отырып, осы технологиялардың мұғалімдердің зерттеушілік дағдыларына әсері туралы эмпирикалық дәлелдер келтірілді.

Цифрлық әдебиеттерді іздеу және басқару құралдары, онлайн курстар мен семинарлар, бірлескен оқыту және пікірталас форумдары, деректерді талдау программалық құралы және виртуалды шындық пен толықтырылған шындықты модельдеу – мұғалімдердің зерттеушілік дағдыларын дамытуға көмектесетін технологиялардың кең ауқымы. Цифрлық білім беру ресурстары оқытушыларға зерттеу тәжірибесін дамытуға және озық зерттеу әдістемелері мен әдістері туралы білімдерін кеңейтуге мүмкіндіктер береді. Олар ғылыми-зерттеу жұмыстарына жаңадан келгендер болса да, әлде тәжірибелі зерттеушілер болса да, оқытушылар өздерінің зерттеушілік дағдыларын арттыру және өз салаларындағы соңғы жетістіктерден хабардар болу үшін осы технологияларды пайдалана алады.

Google Scholar, Scopus және EndNote сияқты цифрлық әдебиеттерді іздеу және басқару құралдары ғылыми мақалаларды табуға және ұйымдастыруға көмектеседі. Әдебиеттерді іздеу және оларды басқару үшін цифрлық құралдарды пайдалану болашақ мұғалімдердің зерттеушілік дағдыларын дамытуда бірнеше себептерге байланысты маңызды:

1) тиімді іздеу: оқу әдебиеттерінің үлкен дерекқорлары бойынша тиімдірек және жан-жақты іздеу қамтамасыз етіледі. Бұл болашақ мұғалімдерге өз зерттеулерінің негізі ретінде пайдаланылуы мүмкін тиісті мақалалар мен зерттеулерді жылдам табуға көмектеседі;

2) жақсартылған дәлдік: дерекқорда қолданылатын іздеу алгоритмдері қателерді азайтуды қамтамасыз етеді және әдебиеттерді іздеу дәлдігін жақсартады;

3) ұйымдастыру мен басқарудың қарапайымдылығы: болашақ мұғалімдер әдебиеттерді іздеуді тиімді ұйымдастырады, жіктейді және басқарады, бұл олардың нәтижелерін бақылауды және зерттеулерде цифрлық құралдарды пайдалануды жеңілдетеді;

4) уақытты үнемдеу: зерттеу процестеріне жұмсалған уақыт пен күш шығындарын осы технологияларды пайдалану арқылы үнемдеуге болады, бұл оқытушыларға оқытудың басқа маңызды аспектілеріне назар аударуға мүмкіндік береді;

5) жоғары қол жетімділік: дәстүрлі кітапхана қорларында болмауы мүмкін мақалалар мен зерттеулерді қоса алғанда, академиялық әдебиеттердің кең ауқымына әдебиеттерді іздеудің арнайы құралдары арқылы қол жеткізуге болады.

Coursera, Udemy және Khan Academy сияқты платформалар зерттеушілік дағдыларды, статистика және әдістеме бойынша курстар мен семинарларды ұсынады. Бұл платформалар болашақ мұғалімдердің зерттеушілік дағдыларын дамытуда маңызды рөл атқарады:

1) икемділік: болашақ мұғалімдер өз қарқыны мен кестесінде оқи алады, бұл әсіресе кестесі бос емес немесе басқа міндеттемелері бар білім алушылар үшін пайдалы;

2) тақырыптардың кең ауқымы: тақырыптар тек байланысты емес әртүрлі зерттеулер, бірақ сондай-ақ әдістеме, деректерді талдау, зерттеу жұмыстарын жазу және жариялау және т.б.;

3) қол жетімділік: болашақ мұғалімдерге зерттеу жүргізу үшін құнды ақпарат пен практикалық кеңестер бере отырып, өз саласының мамандары жиі үйретеді;

4) интерактивті оқыту, оның ішінде талқылау тақталары, топтық жобалар және ынтымақтастық пен сыни ойлау дағдыларын дамытуға ықпал ететін тікелей сұрақ-жауап сессиялары сияқты интерактивті элементтер бар;

5) рентабельділік: дәстүрлі бетпе-бет семинарлар мен курстармен салыстырғанда болашақ мұғалімдерге құнды оқу және даму мүмкіндіктеріне қол жеткізуді жеңілдетеді.

Reddit, Quora және ResearchGate сияқты бірлескен білім беру қауымдастықтары мен пікірталас форумдары оқытушыларға зерттеу тақырыптарын талқылауға, нәтижелермен бөлісуге және кері байланыс алуға мүмкіндік береді. Бірлескен оқыту және пікірталас форумдары болашақ мұғалімдердің зерттеушілік дағдыларын дамытуда шешуші рөл атқарады:

1) идеялар мен перспективалармен бөлісу: болашақ мұғалімдерге арналған платформа оларға зерттеулерге қатысты идеяларымен, перспективаларымен және тәжірибелерімен бөлісуге көмектеседі. Бұл жаңа түсінікке, сыни тұрғыдан ойлау дағдыларын жетілдіруге және жаңа идеяларды дамытуға ықпал етуі мүмкін;

2) кері байланыс: болашақ мұғалімдер өздерінің зерттеу дағдылары мен білімдерін игеру үшін құнды болуы мүмкін құрдастарынан кері байланыс пен ұсыныстар алу мүмкіндігіне ие;

3) желілерді құру: пікірталас форумдары болашақ мұғалімдерге құруға көмектеседі. байланыс жаңа ресурстарға қол жеткізу, ақпарат алмасу және жаңалықтар ашу үшін өз саласындағы басқа зерттеушілермен және сарапшылармен;

4) жақсартылған қарым-қатынас дағдылары: CLDFs нәтижелерді тиімді көрсету үшін қажет жазбаша және ауызша қарым-қатынас дағдыларын дамыта алады.

SPSS, R және SAS сияқты құралдар болашақ мұғалімдерге деректерді талдауға, қорытынды жасауға және нәтижелерді визуализациялауға көмектеседі. Деректерді талдау программалық құралын пайдалану болашақ мұғалімдердің зерттеушілік дағдыларын дамыту үшін маңызды:

1) деректерді тиімді талдау: бағдарламалық құралдар мен әдістер үлкен көлемдегі деректерді жылдам және дәл талдау, уақытты үнемдеу және қателерді азайту үшін қажет;

2) жақсартылған визуализация: кең ауқымды деректерді визуализациялау және ұсыну құралдарының жиынтығы графиктерді, диаграммаларды және кестелерді қоса алғанда, зерттеу нәтижелерін тиімдірек көрсетуге көмектеседі;

3) деректерді манипуляциялау: тазалау, түрлендіру және манипуляциялау құралдары бағдарламалық жасақтамада қол жетімді, бұл үлкен және күрделі деректер жиынтығымен жұмыс істеуді жеңілдетеді;

4) қол жетімділіктің жоғарылауы: DAS көбінесе техникалық дағдылары шектеулі адамдар үшін де қолдануға ыңғайлы және қол жетімді болатындай етіп жасалады.

Google Drive, OneDrive және Dropbox сияқты платформалар болашақ мұғалімдерге өздерінің ғылыми жобаларын сақтауға, ұйымдастыруға және көрсетуге көмектеседі. Цифрлық портфолио болашақ мұғалімдердің зерттеушілік дағдыларын дамытудың маңызды құралы болып табылады:

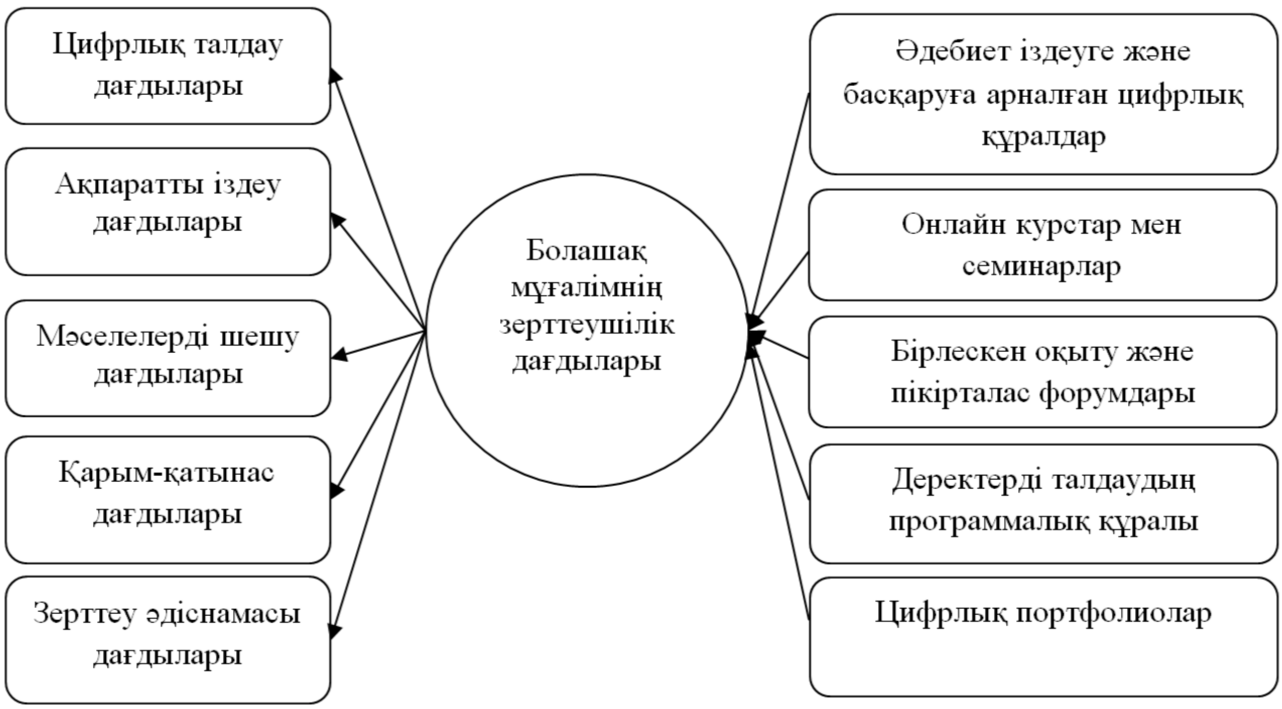
1) дәлелге негізделген рефлексия: мұғалімдерге өздерінің зерттеу тәжірибесі, дағдылары мен нәтижелері туралы ойлануға және олардың жетістіктері мен жетістіктері туралы дәлелді есеп жасауға мүмкіндік беретін платформа;

2) жақсартылған қарым-қатынас: зерттеу нәтижелерін қарым-қатынас дағдыларын жақсартатын және нәтижелерді тиімдірек бөлісуге мүмкіндік беретін нақты және қысқаша түрде ұсынуға болады;

3) ынтымақтастық: әріптестеріне, басшыларына және басқа да мүдделі тараптарға берілуі мүмкін, бұл болашақ мұғалімдерге ынтымақтастықта болуға және олардың зерттеулері туралы кері байланыс алуға мүмкіндік береді.

Мұндай цифрлық құралдар болашақ мұғалімдердің зерттеушілік дағдыларын дамыту үшін маңызды, өйткені ол рефлексия, ынтымақтастық және мансаптық өсу платформасын қамтамасыз етеді және қарым-қатынас дағдыларын жақсартуға, мотивацияны арттыруға және зерттеу нәтижелерінің жалпы сапасын жақсартуға көмектеседі.

Жоғарыда аталған цифрлық технологияларды білім беру бағдарламаларына кіріктіру болашақ мұғалімдерге зерттеу жүргізу, деректерді талдау және өз нәтижелерін тиімді тарату үшін қажетті дағдыларды бере алады. Біздің зерттеуімізде алынған тұжырымдамалық модель және болжамдар 21-суретте келтірілген [153].

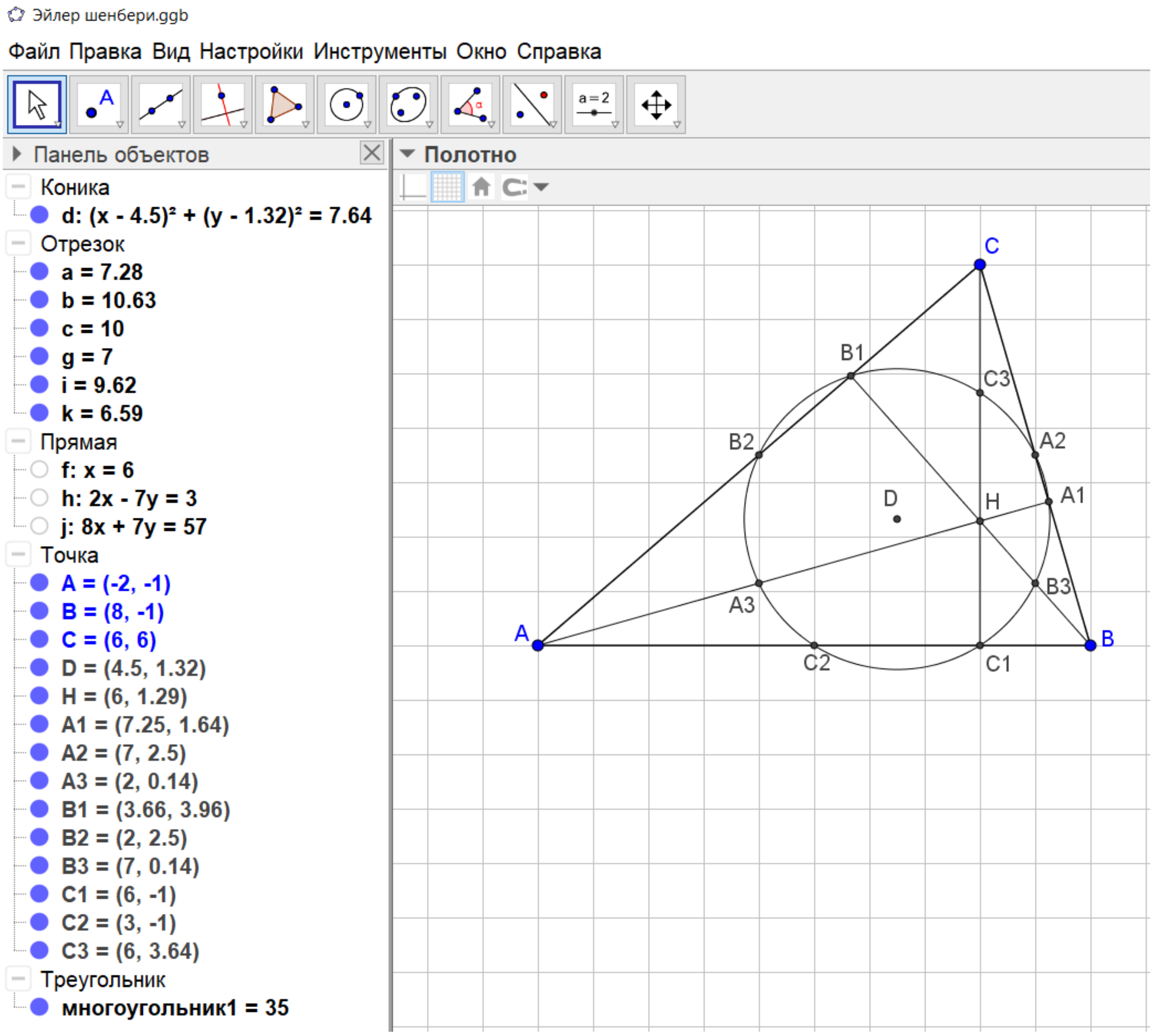


Сурет 21 - Зерттеушілік дағдыларды дамытуға арналған цифрлық технологиялар

«Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту барысында оқытылатын негізгі ұғымдар, теоремаларды суреттеу және есептерді шығару туралы студенттердің түсініктерін қалыптастыру үшін цифрлық технологиялардың мүмкіндіктерін пайдалануға болады.

Қазіргі заманғы цифрлық технологияның құралдары, соның ішінде www.geogebra.org ресми сайтынан жүктеп алуға болатын GeoGebra программасы бұл тәсілдерге жаңадан қарауға, геометриялық есептерді шығаруда көрнекілігін айтарлықтай арттыруға мүмкіндік береді [154].

Мысалы, олимпиадалық есептерде кездесетін үшбұрыштың тамаша сызықтарының бірі – Эйлер шеңберін көрнекі түрде GeoGebra программасы көмегімен көрсетуге болады. Ол үшбұрыштың әрбір қабырғасындағы медианаларының табандары - A_2, B_2, B_2, биіктіктерінің табандары - A_1, B_1, C_1, әрбір төбесінен биіктіктерінің қиылысу нүктесіне дейінгі қашықтықтардың орта нүктелері - A_3, B_3, C_3 арқылы арқылы өтетін шеңбер (22-сурет).



Сурет 22 – Эйлер шеңбері

Сонымен, «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту барысында студенттердің зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың жүйесін келесі кестемен ұсынамыз (11-кесте).

Қазіргі уақытта көптеген ғылыми мақалаларда ұйымдастырудан бастап, пәндер бойынша олимпиадалардың құрылымы, халықаралық олимпиадаларға қатысушылар командасын іріктеу және дайындау қағидалары, олимпиадалық тапсырмаларды іріктеу және дайындау критерийлері, олимпиадаларға дайындау әдістемесі, күрделілік деңгейі, шешу тәсілдері және т.б. бойынша әртүрлі мәселелер көтеріліп жүр. Оларды талдай отырып, біз елімізде де, шетелде де математикалық олимпиадаларды ұйымдастырудың және өткізудің әртүрлі жеке аспектілері туралы құнды ақпарат таптық.

Кесте 11 – «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту барысында студенттердің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру жүйесі

<table>
<tr><td colspan="7">Математикадан олимпиадалық есептерді шығару</td></tr>
<tr><td colspan="3">Мақсаты:</td><td colspan="2">Міндеттері:</td><td colspan="2">Оқыту нәтижелері:</td></tr>
<tr><td colspan="3">- болашақ математика мұғалімдеріне мектеп математика курсының ғылыми негіздерін меңгерту және оларды практикада қолдануға үйрету, логикалық және стандартты емес ойлауын дамыту, кәсіби қызметіне қажетті олимпиадалық есептерді шығару біліктерімен қамтамасыз ету, зерттеушілік дағдысын қалыптастыру;
- студенттердің мектеп математика курсының бағдарламасына сәйкес жалпы математикалық мәдениетінің деңгейін көтеру мен математикалық олимпиадаға дайындау болып табылады.</td><td colspan="2">– болашақ мұғалімдердің мектеп математика курсының бағдарламасына сәйкес жалпы математикалық мәдениетінің деңгейін көтеру, математиканы тереңірек оқып үйренуге дайындау;
– пәнді оқыту барысында математикадан олимпиадалық есептерді және оларды шығарудың негізгі әдістерін оқытып-үйрету, осы әдістерді әртүрлі олимпиадалық есептерді шығаруда қолдануға аашықтандыру;
– болашақ мұғалімдердің логикалық, алгебралық және геометриялық есептерді шешу мен теңсіздіктерді дәлелдеу әдісін өз бетінше таңдау дағдыларын қалыптастыру;
– математикадан олимпиадалық есептерді шығаруға үйретудің әдістемесін, оқушыларды олимпиадаға дайындау біліктігі мен дағдыларын қалыптастыру.</td><td colspan="2">Алгебралық есептерді, геометриялық есептерді, графтар, симметриялар мен бояуларды қолданып логикалық есептерді, математикалық индукция, инварианттар және жұптылық әдісімен алгебралық есептерді шешуді; Юнг, Гельдер және Карамат теңсіздіктерімен теңсіздіктерді дәлелдеуді біледі және меңгереді.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Оқу сабақтарының түрлері</td><td colspan="4">Әдістемесі</td></tr>
<tr><td>Дәріс</td><td>Практикалық сабақтар</td><td>СӨЖ</td><td>кейс</td><td>Action Research</td><td>АКТ</td><td>Проблемалық оқыту</td></tr>
<tr><td colspan="4">Студенттерді бағалау</td><td colspan="3">Зерттеу әдістері</td></tr>
<tr><td colspan="2">Үш өлшемді әдістемелік жүйесі</td><td>Олимпиадалық есептер</td><td>тест</td><td>сауалнама</td><td>бақылау</td><td>тест</td></tr>
</table>

Білім алушыларды олимпиадаға дайындау жұмысы жүйелі болуы керек және келесідей қағидаларды жүзеге асыруды ұсынамыз:

Дербестілік қағидасы – есептерді және тапсырмаларды өз бетінше шығаруға мүмкіндік беру. Ең берік білім – әдебиеттермен жұмыс істеу арқылы әртүрлі есептерді шығару кезінде өзінің күш-жігерімен алынған білім. Студенттердің дербестігіне мүмкіндік беретін бұл қағида оқытушы тарапынан бақылауды, шешілмеген есептерді ұжыммен талқылау мен талдауды, есептерді шығарудың нәтижесін шығаруды көздейді.

Белсенді білім қағидасы – олимпиадалық есептерді барлық білім қоры белсенді түрде қолданылатындай етіп құрастырылады. Олар жалпыға міндетті білім беру стандартының талаптарына және білім беру бағдарламаларында көрсетілген оқу нәтижелеріне сәйкес алдыңғы игерілген білімдері мен біліктерін ескере отырып ұсынылады. Олимпиадаға дайындау барысында білім қоры әрдайым тереңдетіліп, нақтыланып, кеңейтіліп отырады. Осыдан өткен жылдардағы олимпиада есептерін талдау студенттерді олимпиадаларға қатысуға дайындаудың тиімді түрі болып табылады деген қорытынды шығады.

Жетілдірілген қиындық деңгейі қағидасы – білім алушылар олимпиадаға сәтті қатысу үшін күрделілігі жоғары есептерді шығаруға машықтау керек. Психологиялық тұрғыдан бұл қағиданы жүзеге асыру білім алушыға сенімділік береді, өзін сәтті жүзеге асыруға мүмкіндік береді.

Өткен олимпиадалардың нәтижелерін талдау қағидасы – өткен олимпиадаларды талдау барысында оқытушының да, білім алушының да алдыңғыда ескерілмеген олқылықтар, кемшіліктер, жаңалықтар ашылып, талданады. Бұл қағиданы жүзеге асыру оқытушы үшін міндетті, өйткені ол олимпиадаға дайындық сапасына оң әсер етеді. Бірақ ол білім алушыларға да қажетті, өйткені ол білім мен дағдының беріктігін арттыруға көмектеседі, тек жетістіктерді ғана емес, кемшіліктерді де талдау қабілетін дамытады.

Жекелей көзқарас қағидасы – әр білім алушының білімсіздіктен білімге, күрделі есептерді шеше алмауынан бастап шешу жолдарын таңдаудың шығармашылық дағдыларына дейінгі жеке траекториясын көрсететін олимпиадаға дайындалу жоспары мен бағдарламасын іске асырады [33, б.256].

Олимпиадалық мақсаттағы математикалық есептерді талдау математика олимпиадаларының қалыптасуы мен дамуының жеке мәселелерін қарастыруға мүмкіндік берді.

«Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытуды әдістемелік және дидактикалық қамтамасыз етуге олимпиадалық есептер жинағы болып табылатын кітаптар мен «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» оқу құралымыз кірді [155].

Білім алушыны олимпиадаға қатысуға дайындау процесі - бұл оның психологиялық дайындығының тұтас жүйесі, яғни «ішкі жағдайлар» жасау. Сондықтан олимпиадаға дайындау барысында біз жеке тұлғаны ашық жүйе ретінде ашатын басқа психологиялық жағдайды басшылыққа алдық. Тұлға, кез - келген тірі жүйе сияқты, ашық жүйе. Ол бар, тек қоршаған ортамен үнемі қарым-қатынаста болады, ол мінез-құлық, белсенділік арқылы әлемге ашық. Адам әлемнен бір нәрсе алады және оған бір нәрсе береді, яғни, тұлғаның дамуы мен өзін-өзі дамыту процесін қамтамасыз ететін сыртқы және ішкі өзара байланысты процестер жүреді. Адамның қоршаған ортамен өзара әрекеттесуі адамның тұрақты параметрлерін қалпына келтіруге емес, оның үздіксіз дамуына, жетілуіне, кеңеюіне әкеледі.

Математикалық олимпиада мәселелерін шешуге дайындық - оқытуға ерекше көзқарасты қажет ететін күрделі процесс болып табылады. Бұл тәсілдің негізі оқу процесін басқаратын және студенттерге қажетті дағдылар мен білімді дамытуға көмектесетін дидактикалық қағидалардан тұрады [33, б.253].

Біз «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту процесін ұйымдастыруда келесідей қағидаларды басшылыққа алдық:

Жүйелілік қағидасы. Оқыту негізгі ұғымдардан басталып, біртіндеп күрделі есептерді шығаруды үйрету жүзеге асады. Бұл әрі қарай оқуға берік негіз жасайды және студенттерге олимпиадалық қиындықтарға біртіндеп үйренуге мүмкіндік береді.

Көрнекілік қағидасы. Абстрактілі математикалық идеяларды түсіндіру үшін нақты мысалдар мен визуализацияларды қолдану жүзеге асады. Бұл студенттерге оқу материалын жақсы түсінуге және есте сақтауға көмектеседі.

Белсенді оқыту қағидасы. Студенттердің есептерді шешу, идеяларды талқылау және мұғаліммен және басқа студенттермен қарым-қатынас жасау арқылы оқу процесіне белсенді қатысуды қалайды. Бұл оларға оқу процесінде алған білімдері мен дағдыларын қолдануға және игеруге көмектеседі.

Бірізділік қағидасы. Оқытуға жүйелі және құрылымдық көзқарасты қажет етеді. Бұл студенттерге әртүрлі ұғымдар мен тақырыптар арасындағы байланысты көруге көмектеседі, бұл олимпиаданың күрделі есептерін түсіну және шешу үшін маңызды.

Даралау қағидасы. Студенттердің дайындығы мен қабілетінің әртүрлі деңгейлерін ескереді және оқуды әр студенттің жеке қажеттіліктеріне бейімдеуді білдіреді.

Рефлексия қағидасы. Суденттерді өзін-өзі бағалауға және олардың оқуы туралы ойлануға шақырады, бұл олардың дағдылары мен оқу стратегияларын жақсартуға көмектеседі.

Проблемалық оқыту қағидасы. Стандартты және стандартты емес есептерді, туындаған мәселелерді шешу арқылы сыни тұрғыдан ойлау, математикалық ойлауын дамыту жүзеге асады.

Ынталандыру қағидасы. Студенттердің өз бетінше ойлау дағдыларын және олардың күрделі мәселелерді шешу қабілеттеріне деген сенімін дамытуға көмектеседі.

Осы дидактикалық қағидалардың барлығы бірге қолданылған кезде математикалық олимпиада мәселелерін сәтті шешу үшін қажет терең және жан-жақты оқытуды қамтамасыз етеді. Бұл қағидалар оқытушыларды оқу процесін тиімді ұйымдастыруға бағыттайды, студенттерге терең математикалық білімі мен зерттеушілік дағдыларын игеруге көмектеседі және үздіксіз білім мен дамудың негізін құрайды [127, б.228].

Маңыздысы, бұл қағидалар белгілі бір оқу жағдайына және студенттердің болашақ қызметіндегі қажеттіліктеріне бейімделуі керек. Оларды сәтті қолдану икемділікті, рефлексияны және мұғалімнің шығармашылығын қажет етеді. Сондай-ақ, математикалық олимпиада мәселелерін шешуге дайындықтың дидактикалық қағидалары сапалы оқытуды қамтамасыз етуде шешуші рөл атқарады. Олар математикалық олимпиадаларға сәтті қатысу үшін қажетті терең математикалық білім мен дағдыларды дамытуға ықпал ететін оқу ортасын қалыптастыруға көмектеседі.

Сонымен, болашақ математика мұғалімдерінің «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту процесінде зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың бірнеше негізгі аспектілерді атап өтуге болады:

Математикалық ұғымдар мен қағидаларды түсіну: негізгі және жетілдірілген математикалық ұғымдарды түсіну зерттеу жұмысын жүргізудің негізі болып табылады. Студенттер бұл ұғымдарды қолдануға ғана емес, олардың мәнін түсінуге де қабілетті болуы керек.

Аналитикалық және сыни ойлауды дамыту: аналитикалық ойлау мәселелерді талдау және тиімді шешімдерді әзірлеу қабілетін қамтиды. Сыни тұрғыдан ойлау ақпаратты бағалау және негізделген қорытынды жасау қабілетін қамтиды.

Мәселелерді шешу дағдылары: күрделі және стандартты емес мәселелерді шеше білу кез келген зерттеуші үшін маңызды дағды болып табылады.

Өз бетінше және командада жұмыс істей білу: зерттеу жұмысы көбінесе өз бетінше жұмыс істеуді және / немесе басқа зерттеушілермен ынтымақтастықты қажет етеді.

Презентация және қарым-қатынас дағдылары: зерттеушілер өз жұмыстарын тиімді көрсете білуі және әріптестерімен қарым-қатынас жасай білуі керек, соның ішінде күрделі математикалық идеяларды нақты және қол жетімді түрде түсіндіре білуі керек.

Зерттеу жұмысының этикалық қағидаларды білу: зерттеу дағдыларының маңызды элементі зерттеу жұмысындағы этикалық қағидаларды түсіну және сақтау болып табылады.

Әдеби шолу жасау және ғылыми әдебиеттермен жұмыс істеу қабілеті: зерттеушілер өз зерттеулерін қолдау үшін ғылыми әдебиеттерден ақпаратты іздеуге, талдауға және пайдалануға қабілетті болуы керек.

Зерттеу сұрақтары мен гипотезаларын тұжырымдай білу: жақсы зерттеуші нақты, мағыналы зерттеу сұрақтары мен гипотезаларын тұжырымдай білуі керек [90, б.337].

2.2 Олимпиадалық есептерді шығаруды үйрету – болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру құралы

Американдық педагог-математик Дж. Пойаның айтуынша математиканы білу деген – есептерді шығара білу, яғни стандарттық есептерді ғана емес, ойлаудың еркіндігін, сананың салауаттылығын, өзіндік болмысты, тапқырлықты керек ететін олимпиадалық есептерді шығару. Ол өзінің «Математические открытия», - деген еңбегінде оқыту процесінде оқушыларды өздігінен зерттеуге үйрететін есептерге тән үш сәтті салыстырмалы түрде атап көрсетті:

1) әдетте оқушы есепті мұғалімнен немесе оқулықтан дайын түрде алады әрі мұғалім есептің қаншалықты оқушыларды қызықтыратынына мән бермейді. Ал, зерттеуге баулу мәселесін шешуге байланысты есептерді қарастыруда, математик үшін есептерді таңдап алу аса маңызды болғандықтан (ол өзін қызықтыратын және еңбегіне тұратын, сонымен қатар, оны шығара алатындай есепті табуы немесе ойлап табуы қажет), мұғалім есептерді қоюда, есептерді құруда оқушыларды да оған қарастыратындай әрекет жасайды;

2) мектеп оқулықтары мен есептер жинағының көпшілігінде есептердің бір-бірімен байланысы аз: олар көбінесе қандай да бір нақты ережені сипаттау үшін қолданылады және оны қолдану тәжірибесін игеруге ғана мүмкіндік береді. Ондай есептерге қарағанда терең мағыналы есептер олардан жаңа қызықты есептер пайда болатын сұрақтарды туындатады;

3) мектеп тәжірибесінде «ойлап табу» мәселесіне көп мән берілмейді, ал кез келген зерттеуде «алдымен ойлап тап, содан соң дәлелде», - деген талапты ереже деуге болады. Зерттеу дағылдысына баулитын есептерде маңызды рөлді бақылаулар, болжаулар, индуктивтік ой-қорытулар және т.б. сол сияқты шынайылық бар пікірлер атқарады [110, б.102; 156].

Біз, бірінші пікірдің де (есептерді құруға қатысудың) маңыздылығын жоққа шығармай, екінші және үшінші пікірлердің сабақтастығын зерттеушілік қызметті дамытуға бағытталған есептердің кең мағынадағы сипаттамасы ретінде қарастыруға болады деп есептейміз.

Көптеген олимпиадалық есептерді шығару үшін оқушыларға ережелерді білу қажет емес; оқушылар жаңаша шешу тәсілін ойлап табуға мәжбүр болады. Олимпиадалық есептер оқушылардың есептерді шығарудың жаңа алгоритмдерін өз бетінше құрастыру дағдысын дамытудың маңызды құралы бола алады. Оқушылардың мұндай есептерді шығару жолдарымен танысуына байланысты бір есеп стандартты немесе стандартты емес болуы мүмкін. Стандартты емес есептің стандарттыдан айырмашылығы, оларға белгілі кез келген алгоритммен шешу мүмкін емес. Мұндай есептер оқушыны бір шешімнің қатаң болуымен шектемейді. Ойлаудың шығармашылық жұмысын қажет ететін және оның дамуына ықпал ететін шешімді іздеу керек болады.

Оқушылардың олимпиадалық есептерді шығаруы тұрақты амалдар мен тәсілдерді меңгеру қабілетін емес, ақыл-ой әрекетінің әдістері мен шығармашылық сипаттағы іс-әрекеттерге жетелейтін жаңа байланыстарды ашуға, білімді жаңа жағдайларға көшіруге, жаңаны меңгеруге бағыттайды.

Олимпиадалық есептерді шығаруда ең бастысы – оқушыларды есептің шешімін ойлануға, дәлелдеуге, болжауға, дұрыс қорытынды жасауға үйрету. Есептерді шығару нәтижелері бойынша мұғалімнің ақыл-ой әрекетінің әртүрлі тәсілдерін қалыптастыруға мүмкіндігі бар: талдау, синтездеу, салыстыру, салыстыру, жалпылау, заттар мен құбылыстарды жіктеу, қорытынды жасау. Ал бұл дағдылар жалпылама, пәнаралық сипатта болады. Осы міндеттерді орындау білімнің тереңдігі мен толықтығы, саналылығы мен тиімділігі сияқты қасиеттерін тәрбиелейді [127, б.230].

Ғалым-әдіскер П.М.Эрдниев «Барлық әдістеме есеп шығару әдістемесіне шоғырлануы керек», – дейді. Есеп оқушылардың ұғымдарды, теорияны және математика әдістерін меңгерудің тиімді де, айырбасталмайтын құралы болып табылады. Оқушылардың ойлау қабілеттерін дамытуда, оларды тәрбиелеуде, зерттеушілік біліктері мен дағдыларының қалыптасуында олимпиадалық есептің алатын орны өте зор [157].

А.Б. Василевский әдістемелік еңбегінде «Мұғалім сұрақ-жауап арқылы ақыл-кеңес бере отырып, оқушыны есеп шығарудың әр қилы сырына үйрете алады. Есеп шығара білу қыры мен сыры мол, үзіліссіз тәжірибе арқылы келетін үлкен өнер екенін есте ұстау қажет», - деп тұжырымдайды [158].

Математикалық есептерді шығарудың әдістемелік негіздерін анықтаған Д. Пойа, Л.М. Фридман, М. Колягин, В.И. Крупич, А.Е. Әбілқасымова және т.б. ғалым-әдіскерлер есептерді шығару процесінің кезеңдерін бөліп көрсетеді.

Л.М. Фридман сегіз кезеңді [13, б.149], Ю.М. Колягин алты кезеңді [125, б.129], ал Д. Пойа есепті шығару барысында төрт негізгі кезеңді айқындаған: есептің шартын түсіну, шешу жоспарын құру, шешу жоспарын жүзеге асыру және табылған шешімді зерттеу [110, б.131].

Академик А.Е. Әбілқасымова мен В.И. Крупич есепті шығарудың төрт кезеңін көрсетеді:

1) есептің мазмұнын талдау (есептің шартын түсіндіру);

2) шығару жолын (жоспарын) іздеу (шығару жолын талдау);

3) шығару жоспарын жүзеге асыру (есепті шығару);

4) есептің шығарылуының дұрыстығын (жауабын) тексеру [15, б.120; 159].

Біз осы тұжырымдармен келісе отырып, олимпиадалық есептерді шығару тәсілдерін ғылыми әдістемелік бағыт, бағдар беретін төрт кезеңге бөліп қарастыруға болады демекпіз:

1-кезең. Есептің мазмұнымен танысу (шарты мен талабын түсіну). Есепті шығару үшін алдымен оның мазмұнын жақсылап талдап алу. Ол үшін «не белгілі?», «не белгісіз?», «нені табу керек?» сияқты сұрақтар көмегімен есептегі белгісіз шаманы тиянақты түрде анықтау.

2-кезең. Есептің шешімін іздестіру (жоспар құру). Есепті шығару барысында жасалатын іс-рекетті белгілі бір ретпен жүйелеу, яғни, есеп шығарудың белгілі бір жоспарын құру.

3-кезең. Есепті шығару (жоспарды жүзеге асыру). Жоспарды сатылап жүзеге асыру, табу, оларды біртіндеп орындау. Есеп жауабын табу.

4-кезең. Есептің жауабын тексеру (есепті тиянақтау). Есепті тек шығарып қана қоймай, оның нәтижесін тексеру. «Берілген есепті шығарудың басқа да жолы бар ма?» деген сұрақтарға жауап іздеу.

Егер есеп шығару кезеңдері дұрыс қарастырылмаса, онда есеп шығару жолдары қиындап кетуі мүмкін. Кейде есептің шартын қажетінше түсініп, оған талдау жасаса, бұл кезеңдер бір-бірінен алшақ болмайды. Егер есептің шартынан қате болжау жасалынса, есептің шартына қайта оралған жөн. Мұндай жағдайда есеп үшін пайдалы мезет туып қалуы да мүмкін. Есепке талдау жасау – оның құрылымын білу деген сөз. Есептің құрылымы оның берілгендері мен талаптарын, шартын және қортындысын анықтайды. Ал есептің шартын талдауда қалыптасқан жүйе не алгоритм жоқ. Әр түрлі есептер әр түрлі сұрақтарға жауап береді. Дегенмен, кез келген есепке талдау жасау оның берілгеніне байланысты демекпіз.

Егер мұғалім, танымдылық іс-әрекет пен шығармашылық қабілетті дамытуда әрбір есепті шығару оқушы үшін маңызды екенін ескере отырып оқыту процесін кез келген есепті шығару әдістері мен тәсілдері шығармашылықты қабілетті дамытуға ықпал ететіндей етіп, шығарылған есеп келесі есепті шығаруға қолданылатындай есептерді таңдау негізінде ұйымдастырылады.

Сонымен, кез келген есептерді шығарудың нақты қадамдарын былай көрсетуге болады:

1) есептің шартын талдау;

2) ұсынылған болжамға сәйкес есепті шығарудың жоспарын құру, оның әдістерін іздестіру;

3) жасалған жоспарды іске асыру;

4) алынған жауаптың зерттеу – «артқа көз тастау».

Егер бұл кезеңдер «дұрыс» орындалмаса, онда есеп шығару жолдары қиындап кетуі мүмкін. Есепке талдау жасау - оның құрылымын білу деген сөз. Есептің құрылымы берілгендері мен талаптарын, шарты және қорытындысын, мәтінді есептің әр сөзін түсіну. Ал есептің шартын талдауда бір қалыптасқан жүйе не алгоритм жоқ. Әртүрлі есептер, әр түрлі сұрақтарға жауап береді. Десек те, есепті талдау есептің берілгеніне байланысты болады. Есепті шығару біліктілігін дамыту аса маңызды. Есепті шығару біліктілігінің дамуы жеке адамның белсенділігін анықтайды [5, б.126].

Оқушыларды есеп шығара білуге үйрету; тақырыпты тиянақтай түсуде бұрыннан белгілі фактілер мен ұғымдарды студенттердің есіне қайтадан жаңғырту; біртекті ұғымдарды, ережелер мен теоремаларды салыстыра, олардың жалпы және ортақ жақтарын, айырмашылықтарын тағайындау; математикалық түрлендірулер жасау арқылы, есепті стандартты түрде келтіруге қалыптастыру жолын қарастырамыз. Ол үшін оқушы мен студенттің:

– әрбір тақырып көлеміндегі негізгі фактілер мен ұғымдарды, ережелерді, математикалық формулаларды еске түсіруін және жаттап алуын;

– формула мен сол формулаға келтірілетін есептерді ажырата білуін;

– бір формуланы бірнеше есепке қолдану арқылы ерекшеліктерін, айырмашылық, ұқсастықтарын анықтап талдай білуін;

– біртекті ережелер мен теоремаларды салыстыра, олардың жалпы және ортақ жақтарын пайдаланып, формуланы түрлендіу арқылы пайда болған өзгешеліктер мен ұқсастықтарын ажырата білуін;

– есептерді түрлендіру, ережелерді пайдалану нәтижесінде қажетті формулаға келтіру әдістерін игеруін;

– кез келген есепті шығару үшін қажетті амалдар алгоритмін көз алдында елестете білу және оны жүзеге асыруын қатаң қадағалау қажет.

Қазіргі уақытта елімізде әртүрлі деңгейдегі олимпиадаларға оқушылардың қатысуына ерекше көңіл бөлініп келеді. Олимпиадалардағы ұсынылатын есептер оқушылардың білімін тексермейді, олар өздігінен ойлау дағдыларын дамытады, яғни оқушының шығармашылық тұрғыда ойлау қабілетін бағалайды. Ол үшін оқушылардың бойында терең математикалық білім мен біліктер қалыптасуы тиіс.

Оқушының басты тәлімгері – мұғалім, бірақ оның негізгі уақыты мен күші, сыныптағы қызметіне бағытталған. Сонымен қатар, мұғалімдерге оқушыларды олимпиадаларға дайындауға тек уақыт қана емес, тәжірибе мен білім де жетіспейді. Кез келген мұғалім математикадан күрделі олимпиадалық есептерді шығара білмейді, сондықтан олимпиадаға қатысқысы келетін оқушыларды дайындауға тиісті әдебиеттерді ұсына бермейді.

Болашақ математика мұғалімдерін олимпиадаларға дайындауға жоғары оқу орындары да өз үлесін қоса алады. Жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдеріне арнайы математикалық мен әдістемелік пәндер оқытылады.

1-суреттен М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университетінде болашақ математика мұғалімін дайындауға арналған білім беру бағдарламасында 1-4 курстарда математикалық пәндер: «Аналитикалық геометрия», «Алгебра және сандар теориясы», «Математикалық талдау» және т.б. және кәсіби-әдістемелік пәндер: «Мамандыққа кіріспе», «Элементар математика», «Математикалық есептерді шығару практикумы» және т.б. қамтылғанын көреміз.

Бұл пәндердің мазмұнына қиындығы жоғары есептерді кіріктіре отырып, болашақ математика мұғалімдерін олимпиадалық есептерді шығаруға дайындауға үлкен мүмкіндіктер бар.

«Алгебра және сандар теориясы» пәні болашақ математика мұғалімдерінің негізгі пәндерінің бірі екені айқын. Бұл пән ертеден қалыптасқан классикалық алгебраның ұғымдарын үйрету мен қатар студенттердің ойлау қабілеті мен зерттеушілік дағдыларын қамтамасыз етеді.

Алгебра және сандар теориясын оқып үйренгенде оның адамдар өміріне керектігін дамығанын және ол осы кезде де адамдардың күнделікті қызметіне керек екенін және қызмет ететінін түсінеді.

Сонымен қатар, бұл пәннін орта мектепте оқыған математиканың жалғасы екенін, оның кеңеюі деп түсінген абзал.

Өріс ұғымын түсіндіріп, векторлық кеңістіктің білгілі бір өріске қарағанда құрылатын ұғым екенін білдіру.

Сызықты теңдеулер жүйесін анықтауыштар теориясына сүйенбей беруге болатынын және оның қолдану көлемін береді.

Сандар теориясын өткенде оның барлық математиканың негізі екенін ұқтыру қажет, сонымен қатар, алгебра мен сандар теориясын математиканың басқа бөлімдерін лқып үйренуге және де жаратылыстану пәндерін терең меңгеруге қызмет ететінін ашып айтқан жөн.

«Алгебра және сандар теориясы» пәнінде бүтін сандардың бөлінгіштігі, салыстырулар теориясы, көпмүшелер алгебрасы және т.б. тарауларын оқыту барысында көптеген олимпиадалық есептерді шығаруды ұсынамыз.

«Бүтін сандардың бөлінгіштігі» тақырыбын оқыту барысында келесідей олимпиадалық есептерді қарастырамыз.

1-есеп. $1981^{1982}-1$ санының 9 –ға бөлінетінін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. *1-әдіс.* $\mathrm{a^n-b^n=(a-b)}(a^{n-1}+a^{n-2}+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})$ формуласын қолданып табатынымыз:

$1981^{1982}-1=(1981-1)(1981^{1981}+1981^{1980}+\cdots+1).$

Сонда бірінші көбейткіш 1981-1=1980 9-ға бөлінеді.

2-әдіс. $1981 = 9k + 1$.

Кез келген (9k+1) және (9k+1) түріндегі сандарды көбейткенде (9k+1) түріндегі сандар шығады, яғни 9-ға бөлгенде 1 қалдық шығады.

Сонда, $1981^{1982} - 1 = 9k + 1 - 1 = 9k$.

Салыстырулар теориясын бөлінгіштікті дәлелдегенде, бүтін сандар жиынында теңдеулер мен теңдеулер жүйесін шешуде, яғни Диофант теңдеулерін шешуде тиімді қолдануға болады [160].

Бүтін сандардың бөлінгіштігін дәлелдегенде салыстырулар теориясындағы Эйлер мен Ферма теоремаларын пайдаланған тиімді.

Теорема (Эйлер теоремасы). Модуль k-мен өзара жай кез келген a саны үшін мынадай салыстыру орындалады: $a^{\varphi(k)} \equiv 1(\mathrm{mod}\, k)$.

Дербес жағдайда, k модулі жай p саны болғанда, $\varphi(k) = \varphi(\rho) = p - 1$ болады да Ферма теоремасы шығады.

Теорема (Ферма теоремасы). Жай p санына бөлінбейтін кез келген a саны үшін әрқашанда мынадай салыстыру орындалады:

$$a^{p-1} \equiv 1(\mathrm{mod}\, p) \text{ немесе } a^{p} \equiv a(\mathrm{mod}\, p).$$

2-есеп. $\left(3^{201} - 2^{302} + 1\right)$ саны жай $p = 101$ санына бөлінетінін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. Ферма теоремасы бойынша:

$$\begin{cases} 3^{100} \equiv 1(\mathrm{mod}\,101) \\ 2^{100} \equiv 1(\mathrm{mod}\,101) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^{200} \equiv 1(\mathrm{mod}\,101) \\ 2^{200} \equiv 1(\mathrm{mod}\,101) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^{1} \cdot 3^{200} \equiv 3^{1} \cdot 1(\mathrm{mod}\,101) \\ 2^{2} \cdot 2^{300} \equiv 2^{2} \cdot 1(\mathrm{mod}\,101) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3^{201} \equiv 3(\mathrm{mod}\,101) \\ 2^{302} \equiv 4(\mathrm{mod}\,101) \end{cases}$$

Бірінші салыстырудан екінші салыстыруды азайтамыз:

$3^{201} - 2^{202} = -1(\mathrm{mod}\,101)$

$3^{201} - 2^{302} + 1 = 0(\mathrm{mod}\,101)$, демек $\left(3^{201} - 2^{302} + 1\right) \vdots 101$ болады.

3-есеп. $11^{12} - 1$ саны 3276 санына бөлінетінін дәлелдеңдер.

Шешуі. $k = 3276$ деп алып, Эйлер функциясын табамыз:

$$\varphi(3276) = 3276 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{7}\right)\left(1 - \frac{1}{13}\right) = 3276 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{12}{13} = 864.$$

Эйлер теоремасы бойынша:

$11^{864} \equiv 1(\mathrm{mod}\,3276)$, осыдан $\left(11^{12}\right)^{72} \equiv 1^{72}(\mathrm{mod}\,3276)$,

$11^{12} \equiv 1(\mathrm{mod}\,3276)$, демек $\left(11^{12} - 1\right) \vdots 3276$ орындалады.

4-есеп. n тақ сан болған кездегі $n^6 - n^4 - n^2 + 1$ саны 128 санына бөлінетінін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. n тақ сан болғаны үшін оның орнына мына өрнекті аламыз:

$2k + 1, \rightarrow (2k + 1)^6 - (2k + q)^4 - (2k + 1)^2 + 1$

Осы өрнекті ықшамдасақ : $(2k + 1)^4((2k + 1)^2 + 1) - (2k + 1)^2 + 1$

$$(2k + 1)^4 2k(2k + 2) + (1 - 2k - 1)(1 + 2k + 1)$$

$$2 \cdot 2k(k + 1)((2k + 1)^4 - 1)$$

$$32k^2(k + 1)^2(2k^2 + 2k + 1)$$

Бөлінгіштік қасиеті бойынша көбейткіштердің кем дегенде біреуі берілген санға бөлінсе көбейтінді сол санға бөлінетіні белгілі, демек 128 саны 32 санына бөлінетіндіктен $32k^2(k+1)^2(2k^2+2k+1)$ саны $128-$ ге бөлінеді.

5-есеп. $3^1+3^2+3^3+\cdots+3^{19}+3^{20}$ қосындысының 120-ға бөлінетінін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. Берілген қосындыны мына түрде жазуға болады:

$3^1+3^2+3^3+\cdots+3^{19}+3^{20}=\frac{(3^1+3^2+\cdots+3^{20})(3-1)}{2}=\frac{3(3^{20}-1)}{2}==$
$\frac{3(3^5-1)(3^5+1)(3^{10}+1)}{2}=3*242*244*\frac{3^{10}+1}{2}==3*121*4*61*(3^{10}+1)=$
$12*121*61*(3^{10}+1).$

$(3^{10}+1)$ өрнегі 10-ға бөлінеді, өйткені 3^{10} саны 9 цифрымен аяқталады. Сондықтан, берілген өрнек 120-ға бөлінеді.

6-есеп. Егер $a^2+9ab+b^2$ саны 7-ге бөлінетін болса, онда $a+b$ саны 7-ге бөлінетінін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. $a^2+9ab+b^2=7ab+(a^2+2ab+b^2)=7ab+(a+b)^2.$

Олай болса, $(a+b)^2$-саны 7-ге бөлінеді, бірақ 7-жай сан, сондықтан $(a+b)$ саны 7-ге бөлінеді.

7-есеп. Кез келген натурал n саны үшін $37^{n+2}+16^{n+2}+23^n$ өрнегі 7-ге бөлінетіндігін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. Салыстырулар теориясын қолданамыз:

$37 \equiv 2 \pmod 7 \Rightarrow 37^{n+2} \equiv 2^{n+2} \pmod 7$

$16 \equiv 2 \pmod 7 \Rightarrow 16^{n+1} \equiv 2^{n+1} \pmod 7 \Rightarrow$

$23 \equiv 2 \pmod 7 \Rightarrow 23^n \equiv 2^n \pmod 7 \Rightarrow$

$37^{n+2}+16^{n+1}+23^n \equiv 2^{n+2}+2^{n+1}+2^n = 7\cdot 2^n \equiv 0 \pmod 7.$

Олай болса, берілген өрнек 7-ге бөлінетінін дәлелденді.

8-есеп. $3x - 5y = 16$ теңдеуінің бүтін шешімдерін табыңдар.

Шешуі. $3x = 16 + 5y$ болғандықтан, ол келесі салыстыруға мәндес болады:

$$3x \equiv 16 \pmod 5,\ \text{яғни}\ 3x \equiv 1 \pmod 5.$$

Бір айнымалысы бар салыстыруды шешу әдісімен x-тің мүмкін мәндерін табамыз.

x= 0, 1, 2, 3, 4 мәндерін қоя отырып, $x = 2$ болғанда, салыстыру орынды болатынын аламыз, яғни (6-1)⋮ 5. Демек, $x = 2$, $y = -2$ берілген теңдеудің бір шешімі болады. Осыдан берілген теңдеудің жалпы шешімін табамыз:

$$x=2+5t, \quad y=-2+3t.$$

t=0 болғанда, x=2 және y=-2 болады, яғни (2; -2).

t=1 болғанда, x=7 және y=1 болады, яғни (7; 1).

t=2 болғанда, x=12 және y=4 болады, яғни (12; 4).

t=3 болғанда, x=17 және y=7 болады, яғни (17; 7).

t=4 болғанда, x=22 және y=10 болады, яғни (22; 10).

9-есеп. $125\cdot 2^x-3^y=271$ теңдеуін қанағаттандыратындай барлық (x; y) натурал сандар жұптарын табыңдар.

Шешуі. Модулі 5 бойынша салыстыруды қарастырайық:

$$3^y \equiv -1 (mod\ 5)$$

$3^4 = 81 \equiv 1(mod\,5)$ болғандықтан, $3^{4k+r} = (3^4)^k \cdot 3^r \equiv 3^r(mod\,5)$, мұндағы r = 0, 1, 2, 3.

$3^0 \equiv 1(mod\,5),\ 3^1 \equiv 3 \equiv -2(mod\,5),$

$3^2 \equiv 4 \equiv -1(mod\,5),\ \ 3^3 \equiv 2(mod\,5)$. Демек, $y = 4k + 2,\ k \in Z,\ k \geq 0.$

Сонымен, берілген теңдеуді былайша жазамыз:

$$125 \cdot 2^x - 3^{4k+2} = 271 \quad \Leftrightarrow \quad 125 \cdot 2^x - 9^{2k+1} = 271.$$

$x \geq 4$ болсын. Модулі 16 бойынша салыстыруды қарастырайық:

$-9^{2k+1} \equiv -1(mod\,16) \ \Rightarrow\ 9 \cdot 81^k \equiv 1(mod\,16) \ \Rightarrow\ 9 \equiv 1(mod\,16)$, ал бұл мүмкін емес. Демек, $x \leq 3$.

1-жағдай. x =1 болғанда, $125 \cdot 2^1 - 3^y = 271 \ \Leftrightarrow\ 250 - 3^y = 271 \ \Leftrightarrow\ 3^y = -21$. Теңдеудің шешімі жоқ.

2-жағдай. x =2 болғанда, $125 \cdot 2^2 - 3^y = 271 \ \Leftrightarrow\ 500 - 3^y = 271 \ \Leftrightarrow\ 3^y = 229$. Бұл теңдеудің натурал сандар жиынында шешімі болмайды.

3-жағдай. x =3 болғанда, $125 \cdot 2^3 - 3^y = 271 \ \Leftrightarrow\ 1000 - 3^y = 271 \ \Leftrightarrow\ 3^y = 729 = 3^6 \ \Leftrightarrow\ y$ = 6. Бұл теңдеудің натурал сандар жиынында шешімі болмайды. Сонымен, (3; 6) жұбы берілген теңдеудің жалғыз ғана натурал сандардағы шешімі болып табылады [161].

«Көпмүшелер алгебрасы» тақырыбын оқыту барысында келесідей олимпиадалық есептерді қарастырамыз.

10-есеп. *a, b, c*-ның қандай мәндерінде $x^4 + ax^2 + bx + c$ көпмүшелігі $(x-1)^3$-ке қалдықсыз бөлінеді?

Шешуі: $P(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$ көпмүшелігін $(x-1)$-ге бөліп табатынымыз: $P_1(x) = x^3 + x^2 + +(a+1)x \cdot a + b + 1$ және қалдығы $a + b + c + 1$ = 0-ге тең.

Есептің шарты бойынша $a + b + c + 1$ = 0.

$P_1(x)$ көпмүшелігін $(x-1)$-ге бөлгенде мынау шығады:

$P_2(x) = x^2 + 2x +$ (a+3) және 2a+b+4-ке тең болады.

Енді, $P_2(x)$ көпмүшелігін $(x-1)$-ге бөлейік, сонда оның қалдығы a+6=0 болады. Сөйтіп, a=-6, b=8, c=-3.

11-есеп. a және b параметрлерінің қандай мәндерінде $x^3 + 7x^2 + ax + b$ көпмүшесі $x^2 + x + 2019$ көпмүшесіне бөлінеді?

Нұсқау. Үшінші дәрежелі көпмүшені екінші дәрежелі көпмүшеге бөлгенде бірінші дәрежелі көпмүше шығады. Берілген көпмүшелердің бірінші коэффициенттері 1-ге тең болғандықтан бөлінді $(x + c)$ түрде болады. Демек, $x^3 + 7x^2 + ax + b = (x^2 + x + 2019)(x + c)$.

Теңдіктің оң жағында көпмүшелерді көбейтеміз және шыққан көпмүшені стандарт түрде жазамыз. Сонда

$x^3 + 7x^2 + ax + b = x^3 + (1 + c)x^2 + (2019 + c)x + 2019c.$

Бірмүшелердің дәрежелеріне қарай коэффициенттерін теңестіреміз:

$$\begin{cases} 1 + c, \\ 2019 + c = a, \\ 2019c = b; \end{cases} \text{ немесе } \begin{cases} \text{c} = 6, \\ a = 2025, \\ b = 12144. \end{cases}$$

Жауабы: $a = 2025, b = 12114.$

12-есеп. Жақшаларды ашып, сәйкес мүшелерді келтіргенде $\left(1+x^2\right)^{20}\cdot\left(1+x^4\right)^{20}$ көпмүше неше қосылғыштан тұратынын анықтаңдар.

Шешуі. Ньютон биномын қолданамыз:

$$\left(1+x^2\right)^{20}\cdot\left(1+x^4\right)^{20}=\sum_{k=0}^{20}c_{20}^{k}x^{2k}\cdot\sum_{m=0}^{20}c_{20}^{m}x^{4m}=\sum_{k=0}^{20}\sum_{m=0}^{20}c_{20}^{k}c_{20}^{m}x^{2k+4m}.$$

x-тің дәрежесі 0-ден $2\cdot 20+4\cdot 20=120$ дейін өзгеруі мүмкін. Қандай дәрежелер болмайтынын анықтаймыз. 4-ке бөлгендегі қалдықтарды қарастырайық.

1) $2k+4m=4n$ жағдайы. Онда $k+2m=2n\Rightarrow k=2p,\, m=q$, мұндағы

$$\begin{cases}0\le 2p\le 20,\\ 0\le q\le 20,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}0\le p\le 10,\\ 0\le q\le 20,\end{cases}$$

$4n=2k+4m=2\cdot 2p+4q=4(p+q)$, яғни $p+q=n$ - рұқсат жоқ.

2) $2k+4m=4n+1$ және $2k+4m=4n+3$ жағдайлары мүмкін емес, себебі теңдіктің сол жағында жұп сан, ал оң жағында тақ.

3) $2k+4m=4n+2$ жағдайы. Онда $k+2m=2n+1\Rightarrow k=2p-1,\, m=q$, мұндағы

$$\begin{cases}0\le 2p-1\le 20,\\ 0\le q\le 20,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1\le p\le 21/2,\\ 0\le q\le 20,\end{cases}$$

$4n+2=2k+4m=2\cdot(2p-1)+4q=4(p+q-1)+2$, яғни $p+q-1=n$. Рұқсат жоқ.

$2k+4m$ өрнегі 0-ден 120 дейін тақ сандардан басқа мәндерді қабылдайды. 0 және 120 аралығында 60 тақ сан бар, барлық 121 саннан барлық тақ санды азайтамыз. Олай болса, полиномның 61 қосылғышы бар.

13-есеп. $f(x)=ax^2-x+c$ квадрат үшмүшесі $f(f(x))=x$ теңдеуінің шешімі болмайтындай үшмүше болсын. Онда $ac>1$ болатынын дәлелдеңдер.

Шешуі. $f(x)=ax^2-x+c$, болғандықтан, $f(f(x))=x$ теңдеуі $a(ax^2-x+c)^2-(ax^2-x+c)+c=x.$ теңдеуіне мәндес.

Түрлендірген соң $a(ax^2-x+c)^2-ax^2=0$ теңдеуін, немесе, $a\neq 0$ болғандықтан (есеп шарты бойынша $f(x)$ квадрат үшмүше), $(ax^2-x+c-x)(ax^2-x+c+x)=0\Leftrightarrow(ax^2-2x+c)(ax^2+c)=0$ теңдеуін аламыз.

$ax^2-2x+c=0$ және $ax^2+c=0.$ теңдеулерінің әрқайсысының шешімі жоқ болса, бұл теңдеудің шешімдері болмайды.

Яғни, егер $D=4-4ac<0$ және $-\frac{c}{a}<0$ немесе $\begin{cases}ac>1\\ ac>0\end{cases}\Rightarrow\ ac>1.$ Дәлелдеу керегі осы [162].

14-есеп. $f(x)$ келтірілген квадрат үшмүшесі $f(x)=2x-7$ және $f(x)=21-6x$ теңдеулерінің әрқайсысының бір ғана шешімі бар болатындай үшмүше болып табылады. a параметрінің қандай ең үлкен мәнінде $f(x)=a$ теңдеуінің де жалғыз шешімі бар болады?

Шешуі. $f(x)$ келтірілген квадрат үшмүшесінің түрі $f(x)=x^2+px+q$ болсын. Онда $f(x)=2x-7$ және $f(x)=21-6x$ теңдеулері $x^2+px+q=2x-7$ және $x^2+px+q=21-6x$ түрінде немесе сәйкесінше $x^2+(p-2)x+(q+7)=0$ және $x^2+(p+6)x+(q-21)=0$ түрінде жазылады.

Бұл квадрат теңдеулердің дискриминанттары 0-ге тең болғанда, олардың әрқайсысының жалғыз шешімі бар болады.

$$\begin{cases}(p-2)^2-4(q+7)=0\\(p+6)^2-4(q-21)=0\end{cases}.$$

Жүйені шешіп, $p=-9; q=\frac{93}{4}$. мәндерін табамыз. Сонда келтірілген квадрат үшмүше $f(x)=x^2-9x+\frac{93}{4}$ болады.

Егер $y=a$ түзуі квадрат үшмүшенің графигі параболаның төбесі арқылы өтетін болса ғана $f(x)=a$ теңдеуінің жалғыз шешімі бар болады, яғни $a=y_{\text{төбесі}}=3$.

Айта кету керек, бұл тапсырмалар құрастыру жағынан да, шешуі жағынан да олимпиадада ұсынылған тапсырмаларды бірінші оқуда жоғалтпайтын кез келген білім алушыға қолжетімді. Біздің ойымызша, студенттермен бірдей күрделілік деңгейінде жұмыс жүргізу қажет.

15-есеп. $f(x)=ax^2+bx+2,\;\; a<0$ және $f(10)=0$ болсын. Онда $ax^4+bx^2+2>0$ теңсіздігінің ең көп дегенде қанша бүтін санды шешімі бар болады?

Шешуі. Есеп шарты бойынша $f(10)=0$. Демек, $x=10$ саны $f(x)=ax^2+bx+2$, кадрат үшмүшесінің түбірі болып табылады, яғни бұл квадрат үшмүшені $f(x)=a(x-10)(x-t)$, түрінде жазуға болады, мұндағы $t-$ оның екінші түбірі (есеп шарты бойынша $a\neq 0$).

Виет теоремасы бойынша $\begin{cases}10\cdot t=\frac{2}{a}\\10+t=-\frac{b}{a}\end{cases}.$

$ax^4+bx^2+2>0$. теңсіздігін қарастырайық. $z=x^2$, ауыстыруын жасап, $az^2+bz+2>0$, теңсіздігін аламыз, ал оны $a(z-10)(z-t)>0$, түрінде жазып алуымызға болады, себебі $z=10$ және $z=t$ мәндері $f(z)=az^2+bz+2$. квадрат үшмүшесінің түбірлері болады.

Сонымен қатар $t=\frac{2}{10a}<0$, себебі есеп шарты бойынша $a<0$. Онда барлық x үшін $z-t=x^2-t>0$ болады да, $a(z-10)(z-t)>0$ теңсіздігі $z-10<0$ немесе $x^2-10<0$ теңсіздігіне мәндес болады. Оның шешімі жеті бүтін санды қамтитын $(-10;10)$ интервалы болады: $-3;-2;-1;0;1;2;3$.

«Матрицалар алгебрасы» тақырыбын оқыту барысында келесідей олимпиадалық есептерді қарастырамыз.

16-есеп. Төмендегі шартты қанағаттандыратындай $x-$тің барлық мәндерін табыңдар: $\begin{pmatrix}-2&-1&2\\1&1&-1\\-1&1&1\end{pmatrix}^{300}=\begin{pmatrix}-1&-3&1\\x&1&0\\-2&-3&2\end{pmatrix}$.

Шешуі. $\begin{pmatrix}-2&-1&2\\1&1&-1\\-1&1&1\end{pmatrix}^{300}=\begin{pmatrix}-1&-3&1\\x&1&0\\-2&-3&2\end{pmatrix}$

$$A^1 := \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix} \to A^3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \to$$

$$\to A^4 = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix} \to A^5 = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = A \to A^n = A^{n+4}$$

$\forall \ n, k \, \epsilon N \quad A^n = A^{n+4k}$

$$A^{300} = A^{4+74\cdot 4} = A^4 = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 \\ x & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix} \to x = 0$$

17-есеп. $n=2$ кезіндегі 2×2 өлшемді барлық $A^n = E$ матрицаларын табыңдар.

Шешуі. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ деп белгілейміз. Онда $A^{-1} = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} : \det A$.

$A^2 = E$ шартынан, атап айтқанда $(\det A)^2 = 1 \;\Rightarrow\; \det A = \pm 1$. Яғни, кері және бастапқы қатынасты $A = A^{-1}$ түрінде жазуға болады.

1) $\det A = 1$. $A = A^{-1}$ теңдігін келесідей түрде жазуға болады:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

мұндағы $b = c = 0, a = d$. $\det A = 1$ болғандықтан, $a = d = 1$.

2) $\det A = -1$, онда $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -d & b \\ c & -a \end{pmatrix}$, бұдан $a + d = 0$.

Олимпиадалық есептерді шығаруға маңызды жоғары оқу орнындағы пәндердің бірі ретінде «Математикалық талдау» пәніне тоқталсақ.

«Математикалық талдау» пәнінің мақсаты - студенттерді айнымалы шамаларды зерттеу әдісімен, дифференциалдық және интегралдық есептеулер теориясымен, қатарлар теориясымен таныстыру.

«Математикалық талдау» пәнінде олимпиадаларда кездесетін тізбектер, шектік есептерді, функционалдық теңдеулер мен теңсіздіктерді, туынды мен интегралдың қолданылуын қарастырамыз [163].

«Тізбектер», «Қатарлар», «Шектер» тақырыптарын оқыту барысында келесідей олимпиадалық есептерді қарастырамыз.

18-есеп. Кез келген n натурал саны үшін $S_n = cosx + cos3x + \cdots + \cos(2n-1)\,x = \frac{sin2nx}{2sinx}$ тригонометриялық формуласының дұрыстығын дәлелдеңдер, мұндағы $sinx \neq 0$.

Дәлелдеуі. Математикалық индукция әдісін қолданамыз.

1) n = 1 болғанда $S_1 = cosx = \frac{sin2x}{2sinx} = cosx$ дұрыс.

2) n = k болғанда $S_k = cosx + cos3x + \cdots + \cos(2k-1)\,x = \frac{sin2kx}{2sinx}$ формуласын дұрыс деп, n = k +1 үшін

$$S_{k+1} = cosx + cos3x + \cdots + \cos(2k+1)\,x = \frac{sin2(k+1)x}{2sinx}$$

формуласын дәлелдейік.

$S_{k+1} = cosx + cos3x + \cdots + \cos(2k-1)\,x + \cos(2k+1)\,x = \frac{sin2kx}{2sinx} + \cos(2k+1)\,x = \frac{sin2kx + 2sinxcos(2k+1)x}{2sinx} = \frac{sin2kx + sin(2k+1)x - sin2kx}{2sinx} = \frac{\sin(2k+1)x}{2sinx}$.

Мұнда, $sin(2k+1)x - sin2kx = 2sinxcos(2k+1)x$.

Кез келген натурал n саны үшін теңсіздіктерді басқа жолмен дәлелдеуге болады, бірақ математикалық индукция әдісі тиімді және қолайлы.

19-есеп. Кез келген $n \geq 2$ натурал саны үшін $\frac{4^n}{n+1} < \frac{(2n)!}{(n!)^2}$ теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңдер, мұндағы $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$.

Дәлелдеуі. Математикалық индукция әдісін қолданамыз.

1) $n = 2$ үшін берілген теңсіздікті тексереміз:

$\frac{4^2}{2+1} = \frac{16}{3} < \frac{18}{3} = 6 = \frac{6 \cdot 4}{4} = \frac{4!}{2^2} = \frac{(2 \cdot 2)!}{(2!)^2}$, яғни, $n = 2$ болғанда теңсіздік орындалады.

2) $n = k$, $k \geq 2$ теңсіздік дұрыс деп ұйғарамыз. Яғни, $\frac{4^k}{k+1} < \frac{(2k)!}{(k!)^2}$.

3) Енді, соңғы теңсіздікті пайдаланып, $n = k+1$ үшін

$$\frac{4^{k+1}}{k+2} < \frac{\big(2(k+1)\big)!}{((k+1)!)^2}$$

теңсіздігін дәлелдейміз.

$\frac{4^{k+1}}{k+2} = \frac{4^k}{k+1} \cdot \frac{4(k+1)}{k+2} < \frac{(2k)!}{(k!)^2} \cdot \frac{4(k+1)}{k+2} = \frac{(2k)!(2k+1)(2k+2) \cdot 4(k+1)(k+1)^2}{(2k+1)(2k+2) \cdot (k!)^2 (k+1)^2 (k+2)} = \frac{\big(2(k+1)\big)!}{\big((k+1)!\big)^2} \cdot \frac{2(k+1)^2}{(2k+1)(k+2)} < \frac{\big(2(k+1)\big)!}{\big((k+1)!\big)^2}$. Бұл жерде, $\frac{2(k+1)^2}{(2k+1)(k+2)} = \frac{2k^2+4k+2}{2k^2+5k+2} = \frac{2k^2+4k+2}{2k^2+4k+2+k} < 1$ теңсіздігі қолданылды.

20-есеп. Кез келген натурал n үшін теңсіздік дұрыс екенін дәлелдеңдер:

$$\left(1+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1+\frac{1}{2^2}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1+\frac{1}{2^n}\right) < 2{,}5.$$

Шешуі. 1-әдіс. Теңсіздіктің сол жағын a_n деп белгілейміз. $n \geq 2$ үшін күштірек $a_n < 2{,}5\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$ теңсіздігін дәлелдейік. Дәлелдеуді индукция бойынша жүргіземіз.

$n \geq 2$ үшін теңсіздік дұрыс. $a_k < 2{,}5\left(1-\frac{1}{2^k}\right)$ болсын. Онда

$$a_{k+1} < a_k\left(1+\frac{1}{2^{k+1}}\right) < 2{,}5\left(1-\frac{1}{2^k}\right)\left(1+\frac{1}{2^{k+1}}\right) = 2{,}5\left(1-\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^{k+1}}-\frac{1}{2^{2k+1}}\right) =$$

$$= 2{,}5\left(1-\frac{1}{2^{k+1}}-\frac{1}{2^{2k+1}}\right) < 2{,}5\left(1-\frac{1}{2^{k+1}}\right).$$

Осылайша, индукциялық ауысу да дәлелденді.

2-әдіс. Теңдіктің екі жағын логарифмдей отырып, аламыз

$$\ln a_n = \ln\left(1+\frac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)+\ldots+\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right).$$

Біріншісінен басқа барлық қосындылар үшін $\ln(x+1)\le x$ теңсіздігін қолданайық.

$$\ln a_n \le \ln\frac{3}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^n}<\ln\frac{3}{2}+\frac{1}{2}.$$

Егер геометриялық прогрессияны қатар ауыстырсақ, соңғы өрнек алынады.

Сонымен, $a_n<\frac{3}{2}e^{1/2}$. Арифметикалық түрлендірулер $e<25/9=2{,}777...$ түріне дейін азаятын $\frac{3}{2}e^{1/2}<2.5$ теңсіздігін тексеру қалады. Бұл теңсіздік дұрыс.

21-есеп. $\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+\ldots+\left(C_n^n\right)^2$ қосынды неге тең?

Шешуі. $C_n^k=C_n^{n-k}$ арақатынасы арқылы қажетті өрнекті келесідей түрге келтіруге болады

$$\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+\ldots+\left(C_n^n\right)^2=C_n^0\cdot C_n^n+C_n^1\cdot C_n^{n-1}+\ldots+C_n^n\cdot C_n^0$$

Бұл сан жіктелудегі x^n коэффициенті болып табылады

$$\left(C_n^0+C_n^1x+\ldots+C_n^nx^n\right)\cdot\left(C_n^0+C_n^1x+\ldots+C_n^nx^n\right)=(1+x)^n(1+x)^n$$

Соңғы теңдікті келесі түрде жазуға болады $(1+x)^{2n}=\sum C_{2n}^kx^k$, сондықтан ізделінді өрнек C_n^{2n} сәйкес келеді.

22-есеп. Егер $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}$ болса, берілген қатардың қосындысын табыңдар:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}.$$

Шешуі. Белгілі қатарды түрлендірсек:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n)^2}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}+\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}.$$

Бұдан,

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}-\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{\pi^2}{8}.$$

23-есеп. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{n(n+1)2^n}$ қатардың қосындысын табыңдар.

Шешуі. Қатардың жалпы мүшесін келесідей түрде көрсетуге болады:

$$\frac{n^2+1}{n(n+1)2^n}=\frac{1}{2^n}+\frac{1}{n2^n}-\frac{2}{(n+1)2^n},$$

Енді қатардың әр жинақты мүшесінің қосындысын есептесек,

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}=\frac{1/2}{1-1/2}=1,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n2^n}=-\ln(1-1/2)=\ln 2,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)2^{n-1}}=-4(\ln(1-1/2)+1/2)=-2+4\ln 2.$$

Мұнда біз $\ln(1+x)$ дәрежелік қатарының жіктелуін қолдандық:

$$\ln(1+x)=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{x^n}{n}$$

Нәтижеде, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{n(n+1)2^n}=3-3\ln 2$.

24-есеп. Шекті есептеңдер: $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^4+1}}+\frac{2}{\sqrt{n^4+2}}+...+\frac{n}{\sqrt{n^4+n}}\right)$.

Шешуі. Мұндағы

$$\frac{1}{\sqrt{n^4+1}}+\frac{2}{\sqrt{n^4+2}}+...+\frac{n}{\sqrt{n^4+n}}\le\frac{1+2+...+n}{\sqrt{n^4+1}}=\frac{n(n+1)}{2\sqrt{n^4+1}} \text{ және}$$

$$\frac{1}{\sqrt{n^4+1}}+\frac{2}{\sqrt{n^4+2}}+...+\frac{n}{\sqrt{n^4+n}}\ge\frac{1+2+...+n}{\sqrt{n^4+n}}=\frac{n(n+1)}{2\sqrt{n^4+n}}.$$

Екеуінде де шек $\frac{1}{2}$-ге ұмтылатыны анық, сондықтан қысылған реттілік теоремасы бойынша ізделген шек бірдей.

Теорема. Егер берілген екі функция бір шекке ұмтылса, $\lim_{x\to a}\varphi(x)=A$, $\lim_{x\to a}g(x)=A$ және $\varphi(x)\le f(x)\le g(x)$ теңсіздігі орындалатын жағдайдағы ортаңғы функция да сол шекке ұмытылады.

Сонымен, $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^4+1}}+\frac{2}{\sqrt{n^4+2}}+...+\frac{n}{\sqrt{n^4+n}}\right)=\frac{1}{2}$.

25-есеп. Есептеңдер: $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{(n+1)!}\sum_{k=1}^{n}k\cdot k!$.

Шешуі. Қосындыны түрлендіреміз:

$$\sum_{k=1}^{n}k\cdot k!=\sum_{k=1}^{n}((k+1)k!-k!)=\sum_{k=1}^{n}((k+1)!-k!)=(n+1)!-1$$

Онда

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{(n+1)!}\sum_{k=1}^{n}k\cdot k! = \lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!} = 1$$

26-есеп. Әрбір оң нақты x саны үшін, $g(x) = \lim_{r\to 0}((x+1)^{r+1} - x^{r+1})^{\frac{1}{r}}$ болса, $\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x}$ мәнін табыңдар.

Шешуі. $g(x) = \lim_{r\to 0}((x+1)^{r+1} - (x)^{r+1})^{\frac{1}{r}}$

Барлық $r > -1$ үшін $(x+1)^{r+1} - (x)^{r+1} > 0 \rightarrow$

$\ln(g(x)) = \lim\limits_{r\to 0}\left(\frac{1}{r}\ln((x+1)^{r+1} - (x)^{r+1})\right)$.

Лопиталь ережесі бойынша:

$\ln(g(x)) = \lim_{r\to 0}\left(\frac{(x+1)^{r+1}\ln(x+1) - (x)^{r+1}\ln x}{(x+1)^{r+1} - (x)^{r+1}}\right) = \frac{(x+1)\ln(x+1) - x\ln x}{x+1-x} =$

$=\ln((x+1)^{x+1}) - \ln(x^x) = \ln\left(\frac{(x+1)^{x+1}}{x^x}\right) = \ln\left((x+1)\left(\frac{x+1}{x}\right)^x\right)$

$\ln x$ инъективті функция: $g(x) = (x+1)\left(1+\frac{1}{x}\right)^x \rightarrow$

$\rightarrow \lim\limits_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{(x+1)}{x}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = 1\cdot e = e$

«Функциялар», «Функционалдық теңдеулер» тақырыптарын оқыту барысында келесідей олимпиадалық есептерді қарастырамыз.

27-есеп. Берілген функцияның ең үлкен және ең кіші мәнін табыңдар:

$$f(x) = \sqrt{x} + 4\sqrt{1-\frac{x}{2}}.$$

Шешуі. Берілген функцияны келесі түрде жазамыз:

$f(x) = \sqrt{x} + 2\sqrt{1-\frac{x}{2}} + 2\sqrt{1-\frac{x}{2}}$.

Векторлық әдісті қолданамыз.

Келесі векторларды қарастырайық: $\vec{a} = (1; 2; 2), \vec{b} = (\sqrt{x}; \sqrt{1-\frac{x}{2}}; \sqrt{1-\frac{x}{2}})$.

Онда келесі теңдік орындалатыны анық:

$f(x) = \sqrt{x} + 2\sqrt{1-\frac{x}{2}} + 2\sqrt{1-\frac{x}{2}} = \vec{a}\cdot\vec{b}$.

$\vec{a}$ және $\vec{b}$ векторлары кері бағытталған векторлар болады, егер $\frac{\sqrt{x}}{1} = \frac{\sqrt{1-\frac{x}{2}}}{2}$.

Осыдан $2\sqrt{x} = \sqrt{1-\frac{x}{2}}$ және $4x = 1-\frac{x}{2}$. Бұдан, $x = \frac{2}{9}$.

Алайда, $f(x)$ функциясы $[0; 2]$ сегментінде анықталған.

Сондықтан $f_{\max} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}| = 3\sqrt{2}$, Ал, функцияның минимумы $x = 2$ яғни, $f_{\min} = \sqrt{2}$. Демек, $f_{\max} = 3\sqrt{2}$, $x = \frac{2}{9}$, $f_{\min} = \sqrt{2}$, $x = 2$.

Келесі екі есеп теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуде функциялардың монотондылығын пайдалану әдісін еске салады.

28-есеп. $(3x^2 - 2x + 1)e^{3x^2-12} < -2x + 13$. теңсіздігін шешіңдер. Жауапты аралық түрінде жазыңдар. Егер жауап бірнеше аралықтан құралса, онда ең оң жақтағысын таңдаңдар. Шексіздікті белгілеу үшін үлкен Б әрпін таңдаңдар.

Шешуі. $f(x)$ арқылы теңсіздіктің сол жағында орналасқан өрнекті, ал $g(x)$ арқылы оң жағында орналасқан өрнекті белгілейміз.

$f(x) = (3x^2 - 2x + 1)e^{3x^2-12}$ және $g(x) = -2x + 13$ функцияларын қарастырамыз.

$x = -2$ және $x = 2$ болғанда, бұл функциялардың мәндері тең болады. Олардың $(-\infty; -2)$, $(-2; 2)$ және $(2; +\infty)$ аралықтарындағы сәйкес мәндерін салыстырайық.

$x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ болсын. Онда $e^{3x^2-12} > 1$ шығады (себебі $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ үшін $3x^2 - 12 > 0$).

Сонымен қатар, осы аралықтарда $3x^2 - 2x + 1 = (3x^2 - 12) + (-2x + 13) > -2x + 13$ ($x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ үшін $3x^2 - 12 > 0$ болғандықтан). Демек, егер $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ болса, онда $f(x) > g(x)$. Осылайша, $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ аралықтарында қарастырылып отырған теңсіздіктің шешімі жоқ.

$x \in (-2; 2)$. болса, онда $3x^2 - 12 < 0$. Демек, $e^{3x^2-12} < 1$ және $3x^2 - 2x + 1 = (3x^2 - 12) + (-2x + 13) < -2x + 13$. Яғни, барлық $x \in (-2; 2)$. үшін $f(x) < g(x)$ орындалады. Осылайша, бұл теңсіздіктің шешімі $(-2; 2)$ аралығы болады.

29-есеп. $x^2 - 31x + 220 = 2^x(31 - 2x - 2^x)$ теңдеуінің түбірлерінің қосындысын табыңдар.

Шешуі. Теңбе-тең түрлендірулер жасаймыз:

$$x^2 - 31x + 220 - 31 \cdot 2^x + 2x \cdot 2^x + 2^{2x} = 0,$$
$$(x^2 + 2x \cdot 2^x + 2^{2x}) - 31(x + 2^x) + 220 = 0,$$
$$(x + 2^x)^2 - 31(x + 2^x) + 220 = 0,$$

$(x + 2^x)$,-ке қатысты квадратты теңдеуді шешіп, $x + 2^x = 11$ немесе $x + 2^x = 20$. аламыз.

Бұл теңдеулердің біріншісін қарастырайық. Оның шешмі $x = 3$ болатыны белгілі. Бұл теңдеудің сол жақ бөлігінде монотонды өспелі функция тұр, демек бұл теңдеудің басқа шешімдері жоқ. Дәл осылай, екінші теңдеу $x + 2^x = 20$ -дің де жалғыз $x = 4$. шешімі бар болады. Осылайша, бастапқы теңдеудің түбірлерінің қосындысы $3 + 4 = 7$ тең болады.

30-есеп. m мәні – $sinx = ax + b$ теңдеуінің шешімдерінің саны, ал n мәні – $x = acosx + b$ теңдеуінің шешімдерінің саны болсын (a және b оң нақты сандар және $a \neq 1$). $mn - m - n$ өрнегі қандай мәндерді қабылдауы мүмкін?

Шешуі. Есепті шығару кезінде $f(x) = sinx - (ax + b)$ функциясы $a > 1$ болғанда және $g(x) = x - (acosx + b)$ функциясы $a < 1$ болғанда қатаң монотонды болатындығы пайдаланамыз (олардың туындыларының таңбасы сақталатындықтан). Демек, түбір саны бірден артық болмайды.

31-есеп. a және b сандары $\begin{cases} sinx + a = bx \\ cosx = b \end{cases}$ теңдеулер жүйесінің бірінші теңдеуінің екі шешімі бар болатындай етіп алынған. Жүйенің кемінде жалғыз шешімі бар болатынын дәлелдеңдер.

32-есеп. $f(x) + f\left(\frac{1}{1-x}\right) = x$ теңдігіндегі $x \neq 0$ және $x \neq 1$ сәйкес келетін $f(x)$ функцияларын табыңдар.

1) $A = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$ шегін табыңдар.

2) $y(x)$ функциясы (0; ∞) интервалында $y(x)$>0, $y'(x)$>0 болғанда үздіксіз дифференциаланады. Егер интеграл $\int_1^\infty \frac{dx}{y+y'}$ шықса, онда $\int_1^\infty \frac{dx}{y}$ болатынын дәлелдеңдер.

33-есеп. Егер $f\left(\frac{1}{x}\right) - 2f(x) = 4x$ белгілі болса, онда $f(x)$ функциясын табыңдар.

Шешуі. x -ті $\frac{1}{x}$ -ке алмастырып, екі теңдеуі бар жүйені аламыз:

$$\begin{cases} f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{4}{x} \\ f\left(\frac{1}{x}\right) - 2f(x) = 4x \end{cases}$$

Екінші теңдеуді 2-ге көбейтіп, бірінші теңдеуге қоссақ:

$$-3f(x) = \frac{4}{x} + 8x, \text{ бұдан } \quad f(x) = -\frac{4}{3x} - \frac{8}{3}x \text{ [114, б.80].}$$

34-есеп. Барлық $x \neq 0$ үшін $3f(-x) + f\left(\frac{1}{x}\right) + f(x) = x$ болатындай барлық $f : R\setminus\{0\} \to R$ функцияларын табыңдар.

Шешуі. Берілген теңдіктегі x орнына $-x, \frac{1}{x}, -\frac{1}{x}$ мәндерін қоя отырып, 4 теңдеу аламыз:

$$\begin{cases} 3f(-x)+f\left(\frac{1}{x}\right)+f(x)=x \\ 3f(x)+f\left(-\frac{1}{x}\right)+f(-x)=-x \\ 3f\left(-\frac{1}{x}\right)+f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x} \\ 3f\left(\frac{1}{x}\right)+f(-x)+f\left(-\frac{1}{x}\right)=-\frac{1}{x} \end{cases}$$

Олар $f(x), f(-x), f\left(\frac{1}{x}\right), f\left(-\frac{1}{x}\right)$ белгісіздерге қатысты сызықтық теңдеулер жүйесін құрайды. Оны Крамер әдісімен шешеміз:

$$\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}=45,\quad \Delta_1=\begin{vmatrix} x & 3 & 1 & 0 \\ -x & 1 & 0 & 1 \\ 1/x & 0 & 1 & 3 \\ -1/x & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}=-30x-15/x$$

Демек, $f(x)=\frac{\Delta_1}{\Delta}=-\frac{2x}{3}-\frac{1}{3x}$.

35-есеп. $x=0$ және $x=1$ нүктелерін қоспағанда, нақты осьтің барлық жерінде үзіліссіз және теңдеуді қанағаттандыратын $f(x)$ функциясын табыңдар.

$$f\left(\frac{x}{x+1}\right)+2f(x+1)=x+1$$

Шешуі. $z=x+1$ алмастыруын енгізіп, аламыз: $f\left(\frac{z-1}{z}\right)+2f(z)=z$

Егер $y(z)=\frac{z-1}{z}$ деп белгілесек, онда $y(y(z))=-\frac{z}{z-1}$ және $y(y(y(z)))=z$ екенін тексеру қиын емес. Осы қатынастарды теңдеуге ретімен қоя отырып, келесі жүйені аламыз

$$\begin{cases} f\left(\frac{z-1}{z}\right)+2f(z)=z \\ f\left(-\frac{1}{z-1}\right)+2f\left(\frac{z-1}{z}\right)=\frac{z-1}{z} \\ f(z)+2f\left(-\frac{1}{z-1}\right)=-\frac{1}{z-1} \end{cases}$$

Жүйені шеше отырып, табамыз: $y(z)=\frac{4}{9}z-\frac{1}{9(z-1)}-\frac{2(z-1)}{9z}$

Бұдан $y(x)=\frac{4}{9}(x+1)-\frac{1}{9x}-\frac{2x}{9(x+1)}$ шығады.

«Интеграл» тақырыбын оқыту барысында келесідей олимпиадалық есептерді қарастырамыз.

36-есеп. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+tg^{\alpha}x}$ интегралы α-дан тәуелсіз екенін дәлелдеңдер.

Шешуі. $$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+tg^{\alpha}x} = \left| \begin{array}{l} x = arctgt \\ dx = \dfrac{1}{1+t^2} \end{array} \right| = \int_0^{\infty} \frac{dt}{(1+t^2)(1+t^{\alpha})} =$$

$$= \int_0^1 \frac{dt}{(1+t^2)(1+t^{\alpha})} + \int_1^{\infty} \frac{dt}{(1+t^2)(1+t^{\alpha})} = J_1 + J_2,$$

$$J_1 = \int_0^1 \frac{dt}{(1+t^2)(1+t^{\alpha})} = \left| \begin{array}{c} t = y^{-1} \\ dt = -y^{-2}dy \end{array} \right| = \int_1^{\infty} \frac{dy}{(1+y^2)(1+y^{-\alpha})};$$

$$J_1 + J_2 = \int_1^{\infty} \frac{dt}{(1+t^2)(1+t^{\alpha})} + \int_1^{\infty} \frac{dt}{(1+t^2)(1+t^{-\alpha})} = \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{1+t^{\alpha}} + \frac{1}{1+t^{-\alpha}} \right) \frac{dt}{1+t^2} =$$

$$= \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{1+t^{\alpha}} + \frac{t^{\alpha}}{1+t^{\alpha}} \right) \frac{dt}{1+t^2} = \int_1^{\infty} \frac{dt}{1+t^2}.$$

Соңғы өрнек α-дан тәуелсіз.

37-есеп. Есептеңдер: $\int_2^4 \frac{\sqrt{\ln(9-x)}}{\sqrt{\ln(9-x)}+\sqrt{\ln(x+3)}}dx$.

Шешуі. Берілген интегралды I деп белгілейміз:

$$I = \int_2^4 \frac{\sqrt{\ln(9-x)}}{\sqrt{\ln(9-x)}+\sqrt{\ln(x+3)}}dx$$

Келесідей алмастыру енгізсек $x = 6-y$, интеграл мынадай түрге келеді:

$$I = \int_2^4 \frac{\sqrt{\ln(y+3)}}{\sqrt{\ln((y+3))}+\sqrt{\ln(9-y)}}dx = \int_2^4 \frac{\sqrt{\ln(x+3)}}{\sqrt{\ln(x+3)}+\sqrt{\ln(9-x)}}dx.$$

Интегралдарды қоссақ,

$$2I = \int_2^4 \frac{\sqrt{\ln(9-x)}}{\sqrt{\ln(9-x)}+\sqrt{\ln(x+3)}}dx + \int_2^4 \frac{\sqrt{\ln(x+3)}}{\sqrt{\ln(x+3)}+\sqrt{\ln(9-x)}}dx = \int_2^4 dx = 2$$

Олай болса, есептің шешімі $I = 1$.

38-есеп. Есептеңдер: $\int \frac{(x-1)^2}{x^2+e^x+1}$.

Шешуі. Берілген есептің алымына e^x функциясын қосып, азайту арқылы табамыз:

$$\int \frac{(x-1)^2}{x^2+e^x+1} = \int \frac{x^2-2x+1}{x^2+e^x+1}dx = \int \frac{x^2-2x+1+e^x-e^x}{x^2+e^x+1}dx = \int \left(1 - \frac{2x+e^x}{x^2+e^x+1}\right)dx =$$

$$= x - \ln\left(x^2+e^x+1\right) + C.$$

«Дифференциалдық теңдеулер» тақырыбын оқыту барысында келесідей олимпиадалық есептерді қарастырамыз [163, б.42].

39-есеп. Дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімін табыңдар:

$$2y' + e^{2y} = x.$$

Шешуі. Жаңа $z(x) = e^{y}$ функциясын енгізу арқылы теңдеуді келесі түрге келтіреміз:

$$z' = xz - z^2$$

Бұл теңдеу Бернулли теңдеуі. $z = 1/u$ формуласы бойынша жаңа $u(x)$ функциясын енгізе отырып, $u(x)$ үшін сызықты біртекті емес дифференциалдық теңдеуді аламыз:

$$u' = -xu + 1$$

Бұны стандартты әдістермен шеше отырып, табамыз:

$$u(x) = e^{-x^2/2}\left(C + \int e^{x^2/2}dx\right)$$

Бұдан

$$z(x) = \frac{1}{u} = \frac{e^{x^2/2}}{C + \int e^{x^2/2}dx}, \quad y(x) = \frac{\ln z}{2} = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2}\ln\left(C + \int e^{x^2/2}dx\right).$$

40-есеп. Дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімін табыңдар:

$$xy'' - y' + 4x^3 y = 0$$

Шешуі. Жаңа айнымалыға көшеміз $t = x^2$. Онда $y'_x = 2\sqrt{t}\,y'_t$, $y''_{xx} = 4ty'_{tt} + 2y'_t$. Жаңа тәуелсіз аргументті теңдеу келесідей түрде болады

$$\sqrt{t}\left(4ty'_{tt} + 2y'_t\right) - 2\sqrt{t}\,y'_t + 4t^{3/2}y = 0$$

немесе

$$4t^{3/2}\left(y''_{tt} + y\right) = 0$$

Бұл теңдеудің жалпы шешімін табу оңай және ол келесідей түрде

$$y(t) = C_1 \sin t + C_2 \cos t$$

x айнымалысына көше отырып, теңдеудің шешімін аламыз

$$y(x) = C_1 \sin\left(x^2\right) + C_2 \cos\left(x^2\right).$$

«Аналитикалық геометрия» пәнінің көптеген тараулары мектеп геометрия курсы бағдарламасымен тығыз байланысты. Сондықтан болашақ мұғалімдерінің геометрия курсының негізін терең түсінуіне және факультатив сабақтар өту мен олимпиада есептерін шығаруда осы пәннің рөлі зор.

«Аналитикалық геометрия» пәнінің басты мақсаты – геометрия структураларын зерттеу және болашақ мұғалімінің бөлімдерін тең түсінуін және есеп шығару мәдениетін тәрбиелеу болып табылады.

«Аналитикалық геометрия» пәнін оқыту барысында келесідей олимпиадалық есептерді шығаруды ұсынамыз.

41-есеп. $x-2y-1=0$ түзуі мен $y^2=4x$ параболасы A және B нүктелерінде қиылысады. С нүктесі парабола бойынша орналасқан және ∠ACB =90°. C нүктесінің барлық мүмкін бола алатын координаталарын табыңдар.

Шешуі. $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ болсын.

$$\begin{cases} x-2y-1=0 \\ y^2=4x \end{cases}.$$

Осы жерден : $y^2-8y-4=0 \ \rightarrow y_1+y_2=8\,, y_1-y_2=4$ (Виет)

$x-2y-1=0$ болса : $x_1=2y_1+1, x_2=2y_2+1$

$x_1+x_2=2(y_1+y_2)+2=18$

$x_1\cdot x_2=4y_1\cdot y_2+2(y_1+y_2)+1=1$

$\angle ACB$ =90° болса,

$\overrightarrow{CA}\cdot\ \overrightarrow{CB}=0 \rightarrow (t^2-x_1)(t^2-x_2)+\ (2t-y_1)(2t-y_2)=0$

$t^4-(x_1+x_2)t^2+x_1x_2+4t^2-2(y_1+y_2)t+\ y_1y_2=0$

$t^4-14t^2-16t-3=0$, осыдан $(t^2-4t-1)(t^2+4t+3)=0$

$a)\ t^2-4t-1=0$

$\rightarrow C \quad (t^2-2\cdot(2t)-1=0)$ бойында жатуы керек $\rightarrow$ С = А немесе С = В демек бұл шешімге жатпайды.

$b)\ t^2+4t+3=0 \ \rightarrow\ t_1=-1,\ t_2=-3.$

C нүктесінің координаталары (1;-2) және (9;-6) болады.

42-есеп. Эллипс берілсін $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. ΔABC үшбұрышында B төбесі бекітілген. Төбесі $C(k,0) - a\le k\le a$. A төбесі эллипс бойынша жылжуда. ΔABC үшбұрышының ортоцентрі жылжитын қисықтың теңдеуін жазыңыз.

Шешуі. $B(-a,0), C(k,0), A(x_A, y_A)$

Онда AC түзуінің теңдеуі келесідей түрде болады

$$AC: \frac{x-x_A}{x_A-k}=\frac{y}{y_A} \Leftrightarrow y=\frac{y_A}{x_A-k}(x-x_A),$$

Сонымен, H ортоцентрінің координаталары келесі жүйеден белгілі болады

$$\begin{cases} BD\perp AC: y=\dfrac{x_A-k}{y_A}(x+a); \\ AT\perp BC: x=x_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_A=\dfrac{x_A-k}{y_A}(x_H+a) \\ x_H=x_A \end{cases}$$

A нүктесінің координаталарын көрсетейік

$$\begin{cases} y_A=\dfrac{x_H-k}{y_H}(x_H+a) \\ x_A=x_H \end{cases}$$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ парабола теңдеуіне қоямыз, онда

$$\frac{{x_A}^2}{a^2}+\frac{{y_A}^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow \frac{{x_H}^2}{a^2}+\frac{\left(\frac{x_H-k}{y_H}\left(x_H+a\right)\right)^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2}+\frac{((x-k)(x+a))^2}{y^2b^2}=1 \Leftrightarrow \frac{((x-k)(x+a))^2}{y^2b^2}=1-\frac{x^2}{a^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^2=\frac{a^2((x-k)(x+a))^2}{b^2\left(a^2-x^2\right)}=\frac{a^2(x-k)^2(x+a)^2}{b^2\left(a^2-x^2\right)}$$

$$y^2=\frac{a^2((x-k)(x+a))^2}{b^2\left(a^2-x^2\right)}=\frac{a^2(x-k)^2(x+a)}{b^2(a-x)}$$

Бұдан $y=\frac{a(a+x)}{b}\sqrt{\frac{(a+x)}{(a-x)}}$.

«Элементар математика» пәнін оқытудың мақсаты – болашақ математика мұғалімдеріне мектеп математика курсы бойынша математикалық есептерді шығару біліктері мен дағдыларын, қиындығы жоғары стандартты емес есептерді шешу дағдыларын қалыптастыру.

«Теңсіздіктерді дәлелдеу» тақырыбын оқыту барысында келесідей олимпиадалық есептерді шығаруды ұсынамыз.

43-есеп. n санының кез келген мәнінде мына теңсіздіктің бұрыс болатындығын дәлелдеу керек:

$$\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{8}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{15}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{24}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1+\frac{1}{n^2+2n}\right)<2$$

Шешуі. Шарт бойынша көбейтіндіні

$$\frac{4}{3}\cdot\frac{9}{8}\cdot\frac{16}{15}\cdot\frac{25}{24}\cdot\ldots\cdot\frac{n^2+2n+1}{n^2+2n}$$

немесе

$$\frac{2^2}{3}\cdot\frac{3^2}{2\cdot4}\cdot\frac{4^2}{3\cdot5}\cdot\frac{5^2}{4\cdot6}\cdot\ldots\cdot\frac{n^2}{(n-1)(n+1)}\cdot\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}=2\cdot\frac{n+1}{n+2}$$

түрінде жазамыз. $\frac{n+1}{n+2}$ өрнегі n-нің кез келген мәнінде 1-ден кем дұрыс бөлшек. Бұдан қарастырылған көбейтінді 2-ден кіші болады деген қорытынды шығады.

44-есеп. Кез келген нақты a,b,c және d сандары үшін

$$a^2+b^2+c^2+d^2\geq ab+ac+ad$$

теңсіздігінің дұрыс болатындығын дәлелдеңіздер.

Дәлелдеуі. 1-әдіс. $a^2+b^2+c^2+d^2-ab-ac-ad\geq 0$.

$$a^2+\frac{a^2}{4}-ab+b^2+\frac{a^2}{4}-ac+c^2+\frac{a^2}{4}-ad+d^2+\frac{a^2}{4}\geq 0$$

$$\left(\frac{a}{2}-b\right)^2+\left(\frac{a}{2}-c\right)^2+\left(\frac{a}{2}-d\right)^2+\frac{a^2}{4}\geq 0.$$

2-әдіс. Берілген теңсіздіктің дұрыстығын дәлелдеу үшін алдын-ала $\frac{a^2}{3}+b^2\geq ab$ теңсіздігінің дұрыс болатындығын көрсетеміз. Бұл теңсіздікті дәлелдеу үшін

$$\frac{a^2}{3}+b^2\geq\frac{(a+b)^2}{2}\geq ab$$

болатындығын қарастыру жеткілікті:

$$\frac{a^2}{3}+b^2-\frac{(a+b)^2}{2}=\frac{a^2-6ab+9b^2}{12}=\frac{(a-3b)^2}{12}\geq 0.$$

Мұнан әрі алғашқы теңсіздікті дәлелдеу үшін $\frac{a^2}{3}+b^2\geq ab$ түріндегі үш теңсіздікті өзара қосу жеткілікті. Сонымен,

$$\frac{a^2}{3}+b^2\geq ab,\qquad \frac{a^2}{3}+c^2\geq ac,\qquad \frac{a^2}{3}+d^2\geq ad,$$

теңсіздіктерін мүшелеп қоссақ, дәлелдейік дегеніміз шығады [117, б.72].

45-есеп. $a>0, b>0, a^3+b^3=a-b$ шарттары орындалатын болса, келесі теңсіздікті дәлелдеңдер: $a^2+b^2<1$.

Дәлелдеуі. 1-әдіс. Есептің шарты бойынша, $a^3+b^3=a-b$ және $a>0, b>0$ болғандықтан, $a^3+b^3>0$, осыдан $a-b>0$ болады.

Сондықтан $a^3+b^3=a-b$ теңдіктің екі жақ бөлігінде $(a-b)$-ға бөлуге болады.

$$\frac{a^3+b^3}{a-b}=1.$$

$a^2+b^2<1$ теңсіздігін дәлелдейміз, ол үшін соңғы өрнекті қоямыз:

$a^2+b^2<\frac{a^3+b^3}{a-b}$, осыдан $a^3+b^3>a^3-a^2b+ab^2-b^3$, яғни

$2b^3+a^2b-ab^2>0,$

$b(2b^2+a^2-ab)>0$, екі жақ бөлігін $b>0$ бөлеміз:

$2b^2+a^2-ab>0$, осыдан $(b^2-ab+a^2)+b^2>0$, яғни

$(a-b)^2+ab+b^2>0.$

Соңғы теңсіздік орынды болады, өйткені $(a-b)^2\geq 0,\ ab>0,\ b^2>0$ болады.

2-әдіс. Есептің шарты бойынша, $a^3+b^3=a-b$ және $a>0, b>0$ болғандықтан, $a^3+b^3>0$, осыдан $a-b>0$ болады.

$a^3+b^3=a-b$ теңдігін ықшамдаймыз: $a^3-a=-(b^3+b)$, яғни

$a(a-1)(a+1)=-b(b^2+1).$

$-b^3-b<0$, демек $a(a-1)(a+1)<0$, бұл тек $a-1<0$ болғанда орындалады. Ендеше, $a<1$ болады.

$a^3+b^3=a-b$ теңдігінен $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a-b$.

Теңдіктің екі жақ бөлігінде $(a+b)$-ға бөлеміз.

$a^2-ab+b^2=\frac{a-b}{a+b}$, осыдан $a^2-ab+b^2=1-\frac{2b}{a+b}$,

$a^2+b^2=1-\frac{2b}{a+b}+ab,\ \ \frac{2b}{a+b}-ab>0,\ \ \frac{2b}{a+b}>ab,\ \ \frac{2}{a+b}>a,\ \frac{2}{a+b}>1>a.$

46-есеп. $x^{12}-x^9+x^4-x+1>0$ теңсіздігі x-тің кез келген нақты мәнінде ақиқат болатынын дәлелдеңдер.

Шешуі: $x\le 0; 0<x<1; x\ge 1$ жағдайларын қарастырамыз.

Егер $x\le 0$ болса, онда $x^{12}-x^9+x^4-x+1=(1-x)+x^4(1-x^5)+x^{12}>0$.

Егер $0<x<1$ болса, онда $x^{12}-x^9+x^4-x+1=(1-x)+x^4(1-x^5)+x^{12}>0$.

Егер $x\ge 1$ болса, онда $x^{12}-x^9+x^4-x+1=x^9(x^3-1)+x(x^3-1)+1>0$.

47-есеп. $x^8+x^6-4x^4+x^2+1\ge 0$ теңсіздігі x-тің кез келген мәнінде ақиқат болатынын дәлелдеңдер.

Шешуі. 1-әдіс: $x^8+x^6-4x^4+x^2+1=(x^8-2x^4+1)+x^6-2x^4+x^2=(x^4-1)^2+x^2(x^2-1)^2\ge 0$, теңсіздігі $x=\pm 1$ болғанда ақиқат.

2-әдіс: $x^8+x^6-4x^4+x^2+1\ge 4\cdot\sqrt[4]{x^8\cdot x^6\cdot x^2\cdot 1}-4x^4=4x^4-4x^4=0$ теңсіздігі ақиқат.

48-есеп. Егер $\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{2}{b}$ және $ac>0$ болса, онда $\frac{a+b}{2a-b}+\frac{c+b}{2c-b}\ge 4$ теңсіздігін дәлелдеңдер.

Шешуі: $\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{2}{b}$ шартынан $b=\frac{2ac}{a+c}$. (1)

$ac>0$ болғандықтан таңбалары бірдей, $ac\ne 0$ және $a+c\ne 0$, яғни a,b,c таңбалары бірдей. Онда (1) теңсіздіктен

$\frac{a+b}{2a-b}=\frac{a+\frac{2ac}{a+c}}{2a-\frac{2ac}{a+c}}=\frac{a(a+c)+2ac}{2a(a+c)-2ac}=\frac{a+3c}{2a}$.

Демек, $\frac{a+b}{2a-b}=\frac{a+3c}{2a}$. (2)

Осылайша $\frac{c+b}{2c-b}=\frac{c+\frac{2ac}{a+c}}{2c-\frac{2ac}{a+c}}=\frac{c(c+a)+2ac}{2c(c+a)-2ac}=\frac{3a+c}{2c}$.

Демек, $\frac{c+b}{2c-b}=\frac{3a+c}{2c}$. (3)

(2) және (3) теңдіктерін қосамыз, сонда

$\frac{a+b}{2a-b}+\frac{c+b}{2c-b}=\frac{a+3c}{2a}+\frac{3a+c}{2c}=\frac{2ac+3(a^2+c^2)}{2ac}=1+\frac{3}{2}\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)$.

$ac>0$ болғандықтан $\frac{a}{c}$ және $\frac{c}{a}$ оң, сондықтан Коши теңсіздігін қолданамыз, $\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\ge 2$, яғни $\frac{a+b}{2a-b}+\frac{c+b}{2c-b}=1+\frac{3}{2}\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)\ge 1+\frac{3}{2}\cdot 2=1+3=4$ теңдігі $a=b=c=1$ болғанда ақиқат [164].

49-есеп. Егер $a,b,c\in R_+$ және $abc=1$ болса, онда $ab+bc+ca+a+b+c-6\ge 0$ теңсіздігін дәлелдеңдер.

Шешуі: 1-әдіс: $abc=1$ болғандықтан $c=\frac{1}{ab}$, онда

$$ab+bc+ca+a+b+c-6 = ab+b\cdot\frac{1}{ab}+\frac{1}{ab}\cdot a+a+b+\frac{1}{ab}-6$$
$$=\frac{a^2b^2-6ab+a+b+a^2b+ab^2+1}{ab}$$
$$=\frac{a^2b^2-2ab+1}{ab}+\frac{a^2b-2ab+b}{ab}+\frac{ab^2-2ab+a}{ab}$$
$$=\frac{(a+b)^2}{ab}+\frac{b(a^2-2a+1)}{ab}+\frac{a(b^2-2b+1)}{ab}$$
$$=\frac{(a+b)^2}{ab}+\frac{(a-1)^2}{a}+\frac{(b-1)^2}{b}\geq 0$$

Теңдігі $a=b=c=1$ болғанда ақиқат.

2-әдіс: a,b,c- оң және $abc=1$ болғандықтан,

$$ab+bc+ca+a+b+c-6=\frac{1}{c}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+a+b+c-6$$
$$=\left(a+\frac{1}{a}\right)+\left(b+\frac{1}{b}\right)+\left(c+\frac{1}{c}\right)-6\geq 2+2+2-6=6-6=0.$$

50-есеп. $1\cdot3\cdot5\cdot\ldots\cdot(2n-1)<n^n$ теңсіздігін дәлелдеңдер.

Шешуі:

$1\cdot3\cdot5\cdot\ldots\cdot(2n-1)=\sqrt{1^2\cdot3^2\cdot5^2\cdot\ldots\cdot(2n-1)^2}=\sqrt{1\cdot(2n-1)}\cdot\sqrt{3\cdot(2n-3)}\cdot\sqrt{5\cdot(2n-5)}\cdot\ldots\cdot\sqrt{(2n-1)\cdot1}<\frac{1+(2n-1)}{2}\times\frac{3+(2n-3)}{2}\cdot\ldots\cdot\frac{(2n-3)+3}{2}+\frac{(2n-1)+1}{2}=n\cdot n\cdot\ldots\cdot n=n^n$ [99, б.251].

Теңсіздіктерді дәлелдеудің бірнеше әдістері бар, оның ішінде классикалық теңсіздіктерді, яғни тірек теңсіздіктерді қолданып, кері жору әдісімен дәлелдеуге болады.

Классикалық теңсіздіктерге мысалдар: 1) $a^2\geq 0$; 2) $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$, мұндағы $a\geq 0$, $b\geq 0$ (Коши теңсіздігі); 3) $x+\frac{1}{x}\geq 2$; 4) $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 0$, мүндағы $ab>0$; 5) $ax^2+bx+c>0$, мұндағы $a>0$ және $b^2-4ac<0$ теңсіздіктері жатады [165].

51-есеп. Егер $a\geq 0, b\geq 0, c\geq 0, d\geq 0$ болса, онда $\frac{a+b+c+d}{2}\geq\sqrt[4]{abcd}$ екенін дәлелдеу керек.

Дәлелдеуі. Тірек теңсіздік ретінде теріс емес сандары үшін құрылған Коши теңсіздігін пайдаланамыз:

$$\frac{\frac{a+b}{2}+\frac{c+d}{2}}{2}\geq\sqrt{\frac{a+b}{2}\cdot\frac{c+d}{2}}.$$

Енді бұл теңсіздіктегі өз алдына $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ және $\frac{c+d}{2}\geq\sqrt{cd}$ болғандықтан, онда

$$\sqrt{\frac{a+b}{2}\cdot\frac{c+d}{2}}\geq\sqrt{\sqrt{ab}\cdot\sqrt{cd}}=\sqrt[4]{abcd}.$$

Демек, $\dfrac{\dfrac{a+b}{2}\cdot\dfrac{c+d}{2}}{2}\geq\sqrt[4]{abcd}$. Бірақ $\dfrac{\dfrac{a+b}{2}\cdot\dfrac{c+d}{2}}{2}=\dfrac{a+b+c+d}{4}$.

Сонымен, $\dfrac{a+b+c+d}{4}\geq\sqrt[4]{abcd}$.

Дәлелдеуді талдай отырып, $\dfrac{a+b+c+d}{2}\geq\sqrt[4]{abcd}$ теңсіздігіндегі теңдік белгісі $a=b,\ c=d$ және $\dfrac{a+b}{2}=\dfrac{c+d}{2}$, яғни $a=b=c=d$ болғанда ғана орындалатынын байқаймыз [116, б.98].

52-есеп. Егер $a\geq 0,\ b\geq 0,\ c\geq 0, d\geq 0$ болса, онда $(a+b+c)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)\geq 9$ екенін дәлелдеу керек.

Дәлелдеуі. 1-әдіс. Тіректік теңсіздіктер ретінде келесі теңсіздіктерді пайдаланамыз:

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2;\ \ \frac{a}{c}+\frac{c}{a}\geq 2;\ \ \frac{b}{c}+\frac{c}{b}\geq 2$$

(бұл теңсіздіктер сәйкесінше $a = b$, $a = c$ және $b = c$ болғанда ғана теңдікке айналады).

Алынған теңсіздіктерді қосамыз:

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+\frac{a}{c}+\frac{c}{a}+\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\geq 6, \text{ немесе } \frac{b+c}{a}+\frac{a+c}{b}+\frac{a+b}{c}\geq 6.$$

Одан әрі түрлендірулер жасаймыз:

$$\left(1+\frac{a+c}{b}\right)+\left(1+\frac{b+c}{a}\right)+\left(1+\frac{a+b}{c}\right)\geq 9,$$

$$\frac{a+b+c}{b}+\frac{a+b+c}{a}+\frac{a+b+c}{c}\geq 9.$$

Жақшаның сыртына $a+b+c$ өрнегін шығарып, аламыз:

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\geq 9.$$

Теңдік белгісі тек $a = b = c$ болғанда ғана орындалады.

2-әдіс. Берілген $(a+b+c)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)\geq 9$ теңсіздігін анықтама бойынша дәлелдеуге болады.

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-9=1+\frac{a}{b}+\frac{a}{c}+\frac{b}{a}+1+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}+\frac{c}{b}+1-9=$$

$$=\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)-6=\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2\right)+\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}-2\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}-2\right)=$$

$$=\frac{(a-b)^2}{ab}+\frac{(a-c)^2}{ac}+\frac{(b-c)^2}{bc}\geq 0.$$

Демек, $(a+b+c)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)\geq 9$ теңсіздігі дұрыс болады.

53-есеп. Егер $a\geq 0, b\geq 0, c\geq 0$ болса, онда $\dfrac{a+b+c}{3}\leq\sqrt{\dfrac{a^2+b^2+c^2}{2}}$ екенін дәлелдеу керек.

Дәлелдеуі. Қарсы жориық, яғни *a, b, c* теріс емес мәндерінің қандайда бір жинағы үшін $\frac{a+b+c}{3} > \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{2}}$ теңсіздігі орынды деп ұйғарайық.

Теңсіздіктің екі жақ бөлігін де квадрат дәрежеге шығарып, келесі теңсіздікті аламыз:

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2 > \frac{a^2+b^2+c^2}{2},$$

және одан әрі $(a+b+c)^2 > 3(a^2+b^2+c^2)$,

$$3(a^2+b^2+c^2)-(a+b+c)^2 < 0,$$

$$3(a^2+b^2+c^2)-(a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc) < 0,$$

$$2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2ac-2bc < 0,$$

$$(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2 < 0.$$

Соңғы теңсіздік жалған болады, өйткені квадраттардың қосындысы теріс сан болуы мүмкін емес. Демек, біздің ұйғаруымыз да дұрыс емес. Сондықтан $\frac{a+b+c}{3} \le \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{2}}$ теңсіздігі дұрыс болады.

54-есеп. $a+b+c=3$ шарты орындалатын теріс емес нақты a,b,c сандары үшін $a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca \ge 6$ теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңіз.

Дәлелдеуі. $A=\frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{n}$ арифметикалық орта мен $G=\sqrt[n]{a_1a_2\cdot\ldots\cdot a_n}$ геометриялық орта формулаларын қолдану арқылы берілген теісіздікті дәлелдейміз:

$$a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca=\left(\frac{a^2+b^2+c^2}{2}+ab+bc+ca\right)+\frac{a^2+1}{2}+\frac{b^2+1}{2}+\frac{c^2+1}{2}-\frac{3}{2} \ge \frac{1}{2}(a+b+c)^2+(a+b+c)-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}+3-\frac{3}{2}=6.$$

55-есеп. Кез келген оң нақты a,b,c сандары үшін

$$a^3+b^3+c^3 \ge a^2b+b^2c+c^2a$$

теңсіздігі орындалатынын дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. Арифметикалық орта (АО) мен геометриялық ортаны (ГО) пайдалып, берілген теңсіздікті дәлелдейміз:

$$a^3+b^3+c^3=\frac{a^3+a^3+b^3}{3}+\frac{b^3+b^3+c^3}{3}+\frac{c^3+c^3+a^3}{3} \ge \sqrt[3]{a^3\cdot a^3\cdot b^3}+\sqrt[3]{b^3\cdot b^3\cdot c^3}+\sqrt[3]{c^3\cdot c^3\cdot a^3}=a^2b+b^2c+c^2a$$ [114, б.92].

Математикалық пәндерді оқыту процесінде студенттердің оқу іс-әрекетін ұйымдастырудың осындай жолдары олардың математикалық курстарды оқуға деген ынтасы мен зерттеушілік дағдыларын арттыруға көмектесетінін, болашақ мұғалімдерде мықты және саналы білімдерді қалыптастыруға ықпал етеді демекпіз.

Жалпы олимпиадалық есептерді шығарудың жалпыланған әдісін игеру үшін оқушылар оны күрделене түскен кезде құрылған нақты мәселелерді шешу үшін бірнеше рет қолдануы керек. Алдыңғы есеп қызмет мақсатына қатысты аралық деңгейде болуы керек. Біздің олимпиада жүйесіндегі нақты берілген есептерге жасаған талдауымыз - танымдық дербестіктің жоғары деңгейін, яғни зерттеушілік дағдыны қалыптастыруға бағытталған.

Оқушыларды олимпиадалық есептердің дамыған жүйелерін шығару әдістерімен іс-әрекеттерді дәйекті түрде пысықтау арқылы оқыту оқушыларға танымдық дербестікті дамыта отырып, математика мазмұнын дәйекті және терең игеруге мүмкіндік береді. Бұл жұмыстың нәтижесі оқушылардың үлгерімін арттыру, олимпиадалық қозғалысқа деген ынтаны дамыту болып табылады. Оқушылар әртүрлі деңгейдегі олимпиадаларға қатысудан қорқуды тоқтатады.

Біз көп жылдар бойы оқушыларды олимпиадаларға дайындау жұмыстарын ұйымдастырып келеміз. М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті өткізетін оқушылардың математика пәні бойынша Шымкент қалалық олимпиадасының тапсырмаларын құрастырып, оқушыларды білім беру процесіне көптеп тарта бастадық.

Оқушыларды олимпиадалық мәселелерді шешуге дайындау дарынды балаларды анықтап қана қоймай, сонымен бірге олардың танымдық дербестігінің жоғары деңгейін, ойлау қабілеттерін, шешудің оңтайлы жолын таңдай білуін қалыптастыруға мүмкіндік береді. Әрине, олимпиадалық тапсырмаларды сабақтың контекстіне қосуға болады, бірақ мұны пәнді оқытуға бөлінген сағат ішінде жасау өте қиын. Танымдық дербестікті сәтті қалыптастыру үшін оқушылар қосымша жаттығулар жасап, олимпиадалық тапсырмаларды шешуді үйренуі керек. Осыған байланысты оқушылардың математиканы тереңдетіп оқуға деген ынтасын дамытуға, танымдық дербестігін қалыптастыруға бағытталған қосымша жалпы дамыту бағдарламаларын, факультативтерді, элективті курстарды енгізу қажет. Олимпиадалық есептерді шешу практикумын оқу процесіне қосу оқушылардың танымдық дербестігінің жоғары деңгейін қалыптастыруға мүмкіндік береді. Тапсырмалардың күрделілік деңгейін қарапайымнан күрделіге дейін көтеру, мектеп бағдарламасынан тыс шығу оқушының көкжиегін біртіндеп кеңейтуге және оны мәселелерді шешуге өз бетінше іздеуге ынталандыруға, академиялық жетістіктерге жеке қажеттілікті қалыптастыруға мүмкіндік береді.

Сонымен қатар, заманауи білім берудің өзекті мәселесіне, яғни математика мұғалімдері мен педагогикалық мамандықта оқитын студенттердің зерттеушілік дағдыларын математикалық олимпиада есептерін шығарту арқылы қалыптастыруға арналған.

Олимпиаданың мақсаты – студенттердің, болашақ математика мұғалімдерінің кәсіби құзыреттілігінің қалыптасуына тәуелсіз сараптама жүргізу, олардың танымдық белсенділігін ынталандыру және шығармашылық әлеуетін ашу арқылы білім сапасын арттыру, сондай-ақ оқушылардың жоғары білім алу нәтижелеріне қол жеткізу үшін қажетті жоғары әдістемелік және пәндік білімі мен кәсіби құзыреттілігі бар математика мұғалімдерін анықтау, оларды ынталандыру және қолдау болып табылады.

Олимпиаданың негізгі міндеттері: құзыреттілікке бағдарланған педагогикалық білім беруді іске асырудың ұйымдастырушылық-әдістемелік жағдайларын жасау, болашақ математика мұғалімі білім бағдарламасын бітірушілерді даярлау сапасын арттыруға жәрдемдесу, математика мұғалімдерінің зияткерлік мүмкіндіктері мен кәсіби қасиеттерін дамыту, жеке өздігінен білім алу негізінде жаңа құзыреттіліктерді қалыптастыру және мамандықтың үздік өкілдерін анықтау болып табылады [33, б.254].

Енді біз математика пәні мұғалімдері мен студенттерінің зерттеушілік дағдыларын дамытуға арналған олимпиаданың математикалық және әдістемелік бөлімінің тапсырмаларын қарастырайық.

Әр тапсырманың шешімі алдын ала дайындалған критерийлер бойынша балдық жүйемен (10 балдан) бағаланады.

Математика, физика және информатика пәні мұғалімдерінің IX Халықаралық шығармашылық байқау

Әр есеп 10 баллдан бағаланады

Математикалық бөлім. №1-4 тапсырмаларда толық негізделген шешімді ұсыну қажет.

1-тапсырма. Айжанның өзеннің түзу бөлігінде тұрақты жылдамдықпен келе жатқан кемені көреді. Ол кемеге қарағанда жылдамырақ тұрақты жылдамдықпен өзен жағасына параллель жүреді. Ол кеменің артқы жағынан алдыңғы жағына қарай жүріп 210 қадамды санайды. Қарсы бағытта жүріп, ол кеменің алдыңғы жағынан артқы жағына қарай жүріп 42 қадамды санайды. Айжанның әр қадамы тең деп ойласақ кеменің ұзындығы Айжанның қанша қадамына тең?

Шешуі. Кеменің жылдамдығы x, қыздың жылдамдығы y, ал кеменің ізделінді ұзындығы l болсын. Содан Айжан $t = \frac{210}{y}$ уақытында артқы жағынан алдыңғы жағына жүріп өтті. Осы уақыт ішінде кеме $xt = \left(\frac{x}{y}\right) \cdot 210$ қашықтықты жүріп өтті.

Сонымен Айжан кеменің жүріп өткен жолы мен кеменің өз ұзындығының қосындысына тең, яғни $xt + l = 210$ жол жүрді, $210\left(\frac{x}{y}\right) + l = 210$ болатыны шығады. Сол сияқты Айжан $t' = \frac{42}{y}$ уақытында кеменің алдыңғы жағынан артқы жағына қарай $xt' = \left(\frac{x}{y}\right) \cdot 42$ жол жүрді. Кеменің Айжанға қарама - қарсы келе жатқанын ескерсек, онда Айжан $l - xt' = 42$ жол жүрді. $l - xt' = 42 \Longrightarrow l - 42\left(\frac{x}{y}\right) = 42$ теңдігі арқылы теңдңулер жүйесін аламыз:

$$\begin{cases} 210\left(\dfrac{x}{y}\right) + l = 210 \\ l - 42\left(\dfrac{x}{y}\right) = 42 \end{cases}$$

Екінші теңдеуді 5-ке көбейтіп, нәтижелерді қоссақ, біз мынаны аламыз: $6l = 420 \Longrightarrow l = 70$.

Жауабы: 70 қадам.

2-тапсырма. *ABC* тікбұрышты үшбұрыштың *AC* және *BC* катеттері сәйкесінше 3 см және 4 см. *BC* катетінің бойынан *BK*=1 см болатындай *K* нүктесін белгіледі. *M* нүктесі *AB*-ның ортасы. *AK* мен *CM* кесінділері *D* нүктесінде қиылысады (23-сурет). *BMDK* төртбұрышының ауданын табыңдар.

Шешуі. 1) Пропорционал кесінділер туралы теорема бойынша:

$$\frac{CD}{DM} = \frac{CK}{KB}\left(1 + \frac{BM}{MA}\right) = \frac{3}{1}\left(1 + \frac{2.5}{2.5}\right) = \frac{6}{1}, \text{ яғни } \frac{CD}{CM} = \frac{6}{7}.$$

2) *CM* медиана болғандықтан, онда

$$S_{CBM} = \frac{1}{2}S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4 = 3,$$

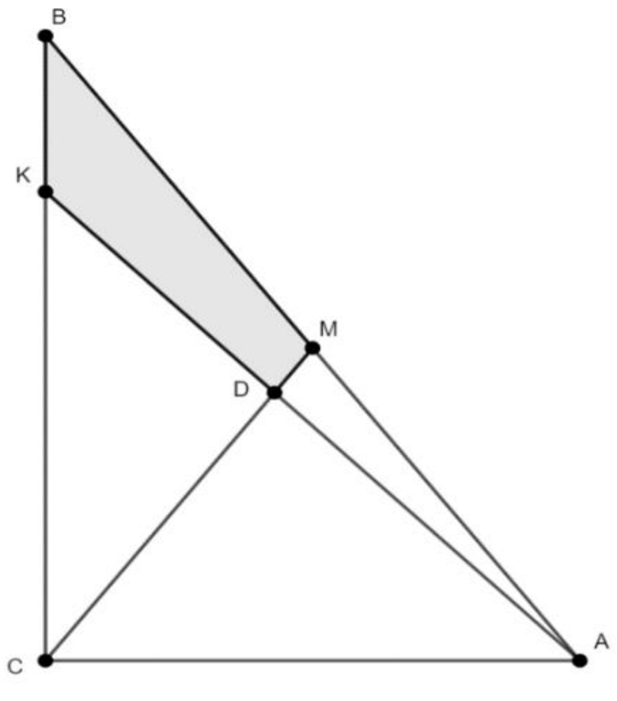
және де $CM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\cdot 5 = 2{,}5.$

3) $\angle BCM$ бұрышы – CBM және CKD үшбұрыштарына ортақ, онда олардың аудандарының қатынасы сәйкесінше қабырғаларының көбейтіндісіне тең болады:

$$\frac{S_{CKD}}{S_{CBM}} = \frac{CK\cdot CD}{CB\cdot CM} \Rightarrow S_{CKD} = \frac{CK}{CB}\cdot\frac{CD}{CM}\cdot S_{CBM} = \frac{3}{4}\cdot\frac{6}{7}\cdot 3 = \frac{27}{14}$$

4) Онда $S_{BKDM} = S_{CBM} - S_{CKD} = 3 - \frac{27}{14} = \frac{15}{14}.$

Жауабы: $\frac{15}{14}$ см^2.



Сурет 23 - *ABC* тікбұрышты үшбұрышы

3-тапсырма. Теңдеулер жүйесін шешіңдер:

$$\begin{cases}\sqrt{x^2 + y^2 + 4x - 14y + 53} + \sqrt{x^2 + y^2 + 10y - 8x + 41} = 6\sqrt{5}\\ e^{2x-y-1} = x + y - 1\end{cases}$$

Шешуі. Жүйенің бірінші теңдеуін түрлендіреміз:

$$\sqrt{(x+2)^2+(y-7)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y+5)^2}=6\sqrt{5}.$$

A(-2;7), *B*(4;-5), *C*(*x*; *y*) нүктелерін координаталар жазықтығында қарастырайық.

Теңдеудің сол жағындағы қосынды $AC + BC = 6\sqrt{5}$ екендігін байқауға болады.

$AB=\sqrt{(-2-4)^2+(7-(-5))^2}=\sqrt{180}=6\sqrt{5}$ кесіндісінің ұзындығын есептейік, содан $6\sqrt{5}=AB=AC+BC,$ және бұл C нүктесі AB кесіндісінде жатқанда ғана мүмкін болады.

AB түзуінің теңдеуін табайық: $\frac{x+2}{4-(-2)}=\frac{y-7}{-5-7}$, мұндағы $x\in[-2;7]$. $y=-2x+3$ өрнектеп, екінші теңдеуге қояйық $e^{4x-4}=-x+2$ теңдеуін аламыз.

Теңдеудің сол жағында өспелі функция болатындығын байқаймыз, ал оң жағында кемімелі функция онда теңдеудің ең көбі бір түбірі болуы мүмкін.

$x = 1$ теңдеуді қанағаттандырады, осыдан $y = 1$ аламыз. $x = y = 1$ бастапқы теңдеулер жүйесінің шешімі болатынын байқаймыз.

Жауабы: $x = y = 1$.

4-тапсырма. Анықталған интегралды есептеңдер: $\int_{-1}^{1}\frac{dx}{(1+x^2)(1+e^x)}$

Шешуі. Берілген интегралды екі аралыққа бөлейік:
$I=\int_{-1}^{1}\frac{dx}{(1+x^2)(1+e^x)}=\int_{-1}^{0}\frac{dx}{(1+x^2)(1+e^x)}+\int_{0}^{1}\frac{dx}{(1+x^2)(1+e^x)}.$
Бірінші интегралды x-ті $-x$-ке ауыстыру арқылы түрлендіреміз:
$\int_{1}^{0}\frac{-dx}{(1+(-x)^2)(1+e^{-x})}=-\int_{1}^{0}\frac{dx}{(1+x^2)(1+e^{-x})}=\int_{0}^{1}\frac{dx}{(1+x^2)(1+e^{-x})}.$

Онда $I=\int_{0}^{1}\frac{dx}{(1+x^2)(1+e^{-x})}+\int_{0}^{1}\frac{dx}{(1+x^2)(1+e^{x})}=\int_{0}^{1}\frac{1}{(1+x^2)}\cdot\left(\frac{1}{1+e^{-x}}+\frac{1}{1+e^{x}}\right)dx$ болады. Өрнегін ықшамдап $\frac{1}{1+e^{-x}}+\frac{1}{1+e^{x}}=\frac{e^x}{e^x+1}+\frac{1}{1+e^x}=1$ аламыз, онда $I=\int_{0}^{1}\frac{dx}{(1+x^2)}=arctg(x)|_0^1=arctg(1)-arctg(0)=\frac{\pi}{4}.$

Жауабы: $\frac{\pi}{4}$.

Әдістемелік бөлім. №5 тапсырманы бірнеше әдіспен есепті шығару керек.

№6-8 тапсырмаларында математикалық қателер («есеп» шартында, қалай да «жауаптарында» және «шешімдерінде») болуы мүмкін. Егер «есеп» шарты қисынсыз болса, онда неге сондай екенін түсіндіріңіз. Егер тек «шешуі» дұрыс болмаса, онда себебін түсіндіріп барлық қателерді көрсетіңіздер, және дұрыс шешуін келтіріңдер.

5-тапсырма. Функцияның мәндер жиынын табыңдар: $f(x)=x+\sqrt{1-x^2}$.
Есепті бірнеше әліспен шешіңдер.

Шешуі. $D(f) = [-1; 1]$, $E(f)$ анықтайық.

1-әдіс. $f' = 1+\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}=1-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}=\frac{\sqrt{1-x^2}-x}{\sqrt{1-x^2}}$ туындысын есептейік.

Туындының нөлдерін табайық: $\sqrt{1-x^2}=x \Rightarrow 1-x^2=x^2 \Rightarrow x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ ($x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$ теңдеудің шешімі емес).

Осы нүктедегі және $[-1;\ 1]$ кесіндінің шеткі нүктелеріндегі функцияның мәнін табайық:

$f(-1)=-1, f(1)=1, f(\frac{1}{\sqrt{2}})=\frac{1}{\sqrt{2}}+\sqrt{1-\frac{1}{2}}=\sqrt{2}.$

Осыдан ең кіші мәні -1, ең үлкен мәні $\sqrt{2}$, және функция ММЖ-да үздіксіз болғандықтан, онда $E(f)=[-1, \sqrt{2}]$.

2-әдіс. $x\in[-1;1]$ болғандықтан $x=\cos t, t\in[0,\pi]$ алмастыру жүргізейік. Онда $f=\cos t+\sqrt{1-\cos^2 t}=\cos t+\sin t=\sqrt{2}\cos(t-\frac{\pi}{4})$. $0\le t\le\pi$ аралығында, онда $-\frac{\pi}{4}\le t-\frac{\pi}{4}\le\frac{3\pi}{4}$. Осыдан $-\frac{\sqrt{2}}{2}\le\cos\left(t-\frac{\pi}{4}\right)\le 1 \Leftrightarrow -1\le\sqrt{2}\cos\left(t-\frac{\pi}{4}\right)\le\sqrt{2}$, яғни $E(f)=[-1,\sqrt{2}]$.

3-әдіс. $x\ge -1$ болғандықтан және $\sqrt{1-x^2}\ge 0$, онда $(x)=x+\sqrt{1-x^2}\ge -1+0=-1$. Бұл теңдік $x=-1$ болғанда орындалады.

$\sqrt{a}+\sqrt{b}\le\sqrt{2(a+b)}$ теңсіздігін қолданамыз, мұнда барлық $a\ge 0, b\ge 0$ үшін (тікелей квадраттау арқылы дәлелдеуге болады) және $x\le|x|=\sqrt{x^2}$ екенін ескеріп, $f(x)=x+\sqrt{1-x^2}\le\sqrt{x^2}+\sqrt{1-x^2}\le\sqrt{2(x^2+1-x^2)}=\sqrt{2}$ аламыз. Бұл теңдік $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ болғанда орындалады. Осыдан $-1\le f(x)\le\sqrt{2}$, функцияның үзіліссіздігін ескере отырып $E(f)=[-1,\sqrt{2}]$ аламыз.

4-әдіс. $f(x)$ функцияның анықталу облысы: [-1; 1].

Біз бұл функцияны $f(x)=1\cdot x+1\cdot\sqrt{1-x^2}$ түрінде өрнектейік.

$\vec{a}=(1;1)$ және $\vec{b}=(x;\sqrt{1-x^2})$ векторларын қарастырайық.

Олардың скаляр көбейтіндісі $f(x)$ болады, ал ұзындықтары сәйкесінше $|\vec{a}|=\sqrt{2}$ және $|\vec{b}|=1$ болады. $-|\vec{a}||\vec{b}|\le\vec{a}\cdot\vec{b}\le|\vec{a}||\vec{b}|$ теңсіздігін қолданып, $-\sqrt{2}\le f(x)\le\sqrt{2}$ аламыз.

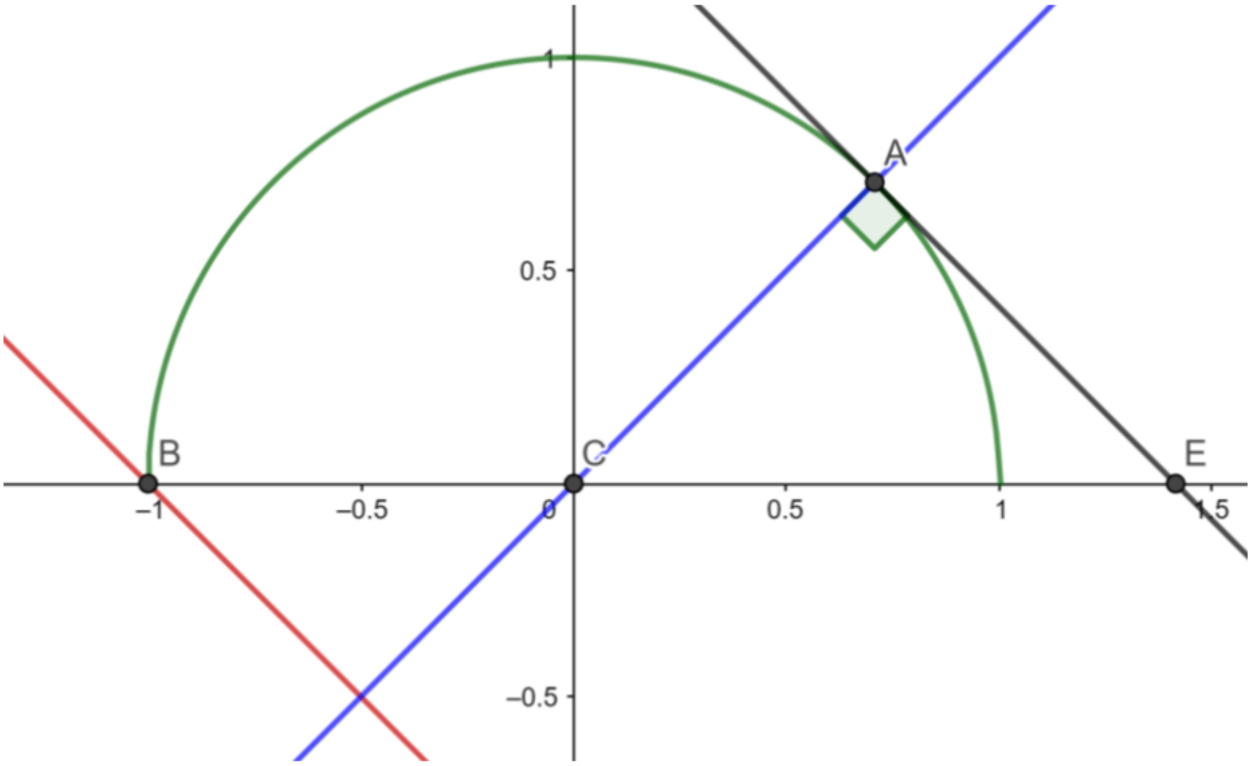
Егер $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ болғанда $\frac{x}{1}=\frac{\sqrt{1-x^2}}{1}$, онда $\vec{a}$ және $\vec{b}$ векторлары бағыттас болады, себебі $\frac{1}{\sqrt{2}}\in[-1;1]$, онда функцияның ең үлкен мәні $|\vec{a}||\vec{b}|=\sqrt{2}$ болады. $\vec{a}$ векторының координаталары оң сан, ал $\vec{b}$ векторының бір координатасы теріс емес, онда $\vec{a}$ және $\vec{b}$ векторлары қарама қарсы бағыттас бола алмайды, екі қосылғышта $\left(x \text{ және } \sqrt{1-x^2}\right)$ $x=-1$ нүктесінде ең кіші мән қабылдайды. Осыдан [-1;1] аралығында $f(-1)=-1$ ең кіші мәні болады.

5-әдіс. Есепті басқаша тұжырымдайық: $f(x)=a$ теңдеуінің шешімі болатындай a параметрінің барлық шешімін табайық.

Теңдеуді келесідей өрнектейік: $\sqrt{1-x^2}=a-x$ (1)

(1) теңдеуінің анықталу облысы: $[-1;\ 1]$ болады, онда $a\ge -1$ болады.

Әрбір a параметрі үшін $y = a - x$ функциясының графигі түзу болады, ал $y = \sqrt{1 - x^2}$ функциясының графигі центрі (0; 0) және радиусы 1 –ге тең жарты шеңбер болады. Төмендегі 24-суреттен көруге болады.



Сурет 24 – Теңдеудің графигі

Қажетті a параметрінің мәндер жиыны $[-1; a_0]$ аралығы болады. мұндағы $a_0 - a$ – ның ең үлкен мәні, осы мәнде $y = a - x$ түзуі $y = \sqrt{1 - x^2}$ графигіне жанама болады. $y = a - x$ түзуінің бұрыштық коэффициенті (-1) – ге тең, онда $\angle AEC = 45^0$ және $CA = 1$ онда $CE = \sqrt{2}$, осыдан $a_0 = \sqrt{2}$ шығады.

6-тапсырма. Теңдеуді шешіңдер: $\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = -1.$

Шешуі. $\mathrm{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\mathrm{tg}(\alpha) - \mathrm{tg}(\beta)}{1 + \mathrm{tg}(\alpha) \cdot \mathrm{tg}(\beta)}$ формуласын қолданамыз:

$$\frac{\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right) - \mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}\right)} = -1, \quad \frac{1 - \mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}\right)} = -1, \ 1 - \mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}\right) = -1 - \mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$1 = -1 \Rightarrow x \in \emptyset.$$

Жауабы: $x \in \emptyset.$

Пікір: Есептің шарты дұрыс, шешімі дұрыс емес. $\mathrm{tg}(\alpha - \beta)$ формуласын қолданғандықтан теңдеудің ММЖ-ны өзгерді, нақтылап айтқанда теңдеуге $\mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$ мүмкін болуы шарты қосылды, сол себептен теңдеудің шешімі болмады. Дұрыс шешімді оңай келесідей алуға болады:

$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = -1, \ \mathrm{tg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1$

$\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + \pi n,$ осыдан $x = \pi + 2\pi n, \ n \in Z.$

Назар аударыңыз, $x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$ болғанда $\mathrm{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$ өрнегі анықталмаған, сол себепті теңдеудің түбірі болмауына алып келді.

7-тапсырма. π^2 және 2^π сандарын салыстырыңыз.

Шешуі. Салыстыру нәтижесіне әсер етпейтін түрлендірулер тізбегін орындайық:

$\pi^2 \vee 2^\pi \Leftrightarrow \ln \pi^2 \vee \ln 2^\pi \Leftrightarrow 2 \ln \pi \vee \pi \ln 2 \Leftrightarrow \frac{\ln \pi}{\pi} \vee \frac{\ln 2}{2}$ $f(x) = \frac{\ln x}{x}, x > 0$ функциясын қарастырайық.

Онда есеп $f(\pi)$ және $f(2)$ сандарын салыстыруға ауысады.

Функцияның туындысын табайық: $f'(x) = \frac{1-In\, x}{x^2}$. $0 < x < e$ аралығында $f(x)$ функция өседі (себебі $f'(x) > 0$), егер $x > e$ функция кемиді ($f'(x) < 0$), ал $x = e$ нүктесінде минумум болады. $|\pi - e| \approx 0.44$ және $|e - 2| \approx 0.7$ байқауға болады, онда π саны сан өсінде 2 – ге қарағанда e санына жақынырақ орналасқан. Содан $f(\pi)$ саны $f(2)$ санына қарағанда $f(e)$ санына жақынырақ, яғни максимумға жақын. Сондықтан $f(\pi) > f(2)$ осыдан $\pi^2 > 2^\pi$.

Жауабы: $\pi^2 > 2^\pi$.

Пікір. Дұрыс жауап алынғанына қарамастан, берілген "шешім" дұрыс емес. Атап айтқанда, егер π саны e санына 2 қарағанда жақын деген тұжырым сол нүктелердегі сәйкес мәніде максимумға жақын дегенді білдірмейді.

Егер $f(x)$ функциясының графигі x=e-ге қатысты симметриялы болса, бұл дұрыс тұжырым болар еді.

Бұл шешімді дұрыстайық: $f(2) = \frac{In\, 2}{2} = \frac{2 \cdot In\, 2}{2 \cdot 2} = \frac{In\, 4}{4} = f(4)$ оңай байқауға болады. $f(\pi)$ және $f(4)$ салыстырайық.

$4 > \pi > e$ болғандықтан және де $x > e$ функция кемиді, онда $f(\pi) > f(4) = f(2)$. Онда $\pi^2 > 2^\pi$ болады.

8-тапсырма. Егер шексіз кемімелі геометриялық прогрессияда $b_1 = 12$, $q > 0$, 11 және 10 саны осы прогрессияның мүшелері екені белгілі болса, прогрессияның барлық мүшелерінің қосындысының ең кіші мәні неге тең болуы мүмкін?

Шешуі. $b_m = 11$, $b_n = 10$ болсын ($m < n$, себебі прогрессия кемімелі). Ендеше $b_m = b_1 q^{m-1} = 12_{q^{m-1}} = 11 \Rightarrow q^{m-1} = \frac{11}{12}$. Тура осылай $b_n = 12_{q^{n-1}} = 10 \Rightarrow q^{n-1} = \frac{10}{12}$. Екі теңдікті бір біріне бөлсек $\frac{q^{n-1}}{q^{m-1}} = \frac{10}{11} \Rightarrow q^k = \frac{10}{11}$, бұл жерде $k = n - m \geq 1$. $q < 1$, болғандықтан $q \geq q\ k = \frac{10}{11} \Rightarrow 1 - q \leq 1 - \frac{10}{11} = \frac{1}{11}$. Ендеше, $S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{12}{1-q} \geq \frac{12}{\frac{1}{11}} = 132$. Прогрессия мүшелерінің қосындысының ең кіші шамасы 132 ге тең.

Жауабы: 132.

Пікір. Есептің шарты дұрыс емес: бұндай прогрессия мүмкін емес. Мұны көрсету үшін мынаны ескерейік: $q = \left(\frac{11}{12}\right)^{\frac{1}{m-1}} = \left(\frac{10}{12}\right)^{\frac{1}{n-1}} \Rightarrow \left(\frac{11}{12}\right)^{n-1} = \left(\frac{10}{12}\right)^{m-1} \Rightarrow$ $11^{n-1} = 10^{m-1} \cdot 12^{n-m}$, мұндағы $n > m > 1$. Соңғы теңдік орындалмайтынын байқау қиын емес: теңдеудің сол жағы тақ сан, ал оң жағы жұп сан. Осылайша, есептің шарты дұрыс емес.

Енді 1-8 тапсырмаларды бағалау критерийлерін ұсынамыз (12-кесте).

Кесте 12 – Бағалау схемасы

Балл	Дескрипторлар
1	2
1-тапсырма	
0 ұпай	Жауап табылмады.
1 ұпай	Тек дұрыс жауап үшін.
3 ұпай	$\frac{1}{x} \pm \frac{1}{y}$ өрнегін негізсіз қолдану.
7-8 ұпай	есеп шешілді, бірақ шешу барысында қателіктер бар.
10 ұпай	Толық шешім үшін.
2-тапсырма	
0 ұпай	Дұрыс сызба жасалды, CM медианасы, AB гипотенузасы, AK қабырғалары есептелді, ΔACK теңбүйірлі үшбұрыш екендігін анықтады, ABC, ACK, CAM, CMB үшбұрыштарының аудандары табылды. Шешімі толықтай дұрыс емес, дұрыс жауап көрсетілсе.
3 ұпай	CD:DM немесе AD:DK қатынасын анықтады.
3 ұпай	Бұрыштары бірдей үшбұрыштардың аудандарының қатынасы табылды S_{ADM} : S_{KAB}; S_{CDK}:S_{CMB}.
2 ұпай	S_{CDK} немесе S_{ADM} анықтады.
2 ұпай	S_{BMDK} анықтады.
3-тапсырма	
10 ұпай	Толық дәлелді шешім берілген.
3 ұпай	Жүйенің бірінші теңдеуінің шешімі бір түзудің бойында жататыны дәлелденді.
3 ұпай	Жүйенің бірінші теңдеуінен $y = 3 - 2x$ шығатыны дәлелденді.
3 ұпай	$e^{4x-4} = -x + 2$ теңдеуінің жалғыз шешім бар екендігін дәлелдеу.
1 ұпай	Шешім (1,1) тексерілді.
4-тапсырма	
5 ұпай	Алмастыру дұрыс қолданылған.
2 ұпай	Интеграл шегін дұрыс тапты.
2 ұпай	$\frac{1}{1+e^{x}} + \frac{1}{1+e^{-x}} = 1$ теңдігін дәлелдеді.
10 ұпай	Толық шешім үшін.
5-тапсырма	
3 ұпай	Бір тәсілмен толық дұрыс шешімін тапса.
6 ұпай	Әр түрлі екі тәсілмен толық дұрыс шешімін тапса.
10 ұпай	Әр түрлі үш тәсілмен толық дұрыс шешімін тапса.
-1 ұпай	Әрбір есептегі қателікке бір ұпай шегеріледі.
6-тапсырма	
5 ұпай	Есептің шешу жолын көрсету.
-1 ұпай	Арифметикалық қателіктер үшін.
5 ұпай	Қатенің себебін толық негіздеді.
7-тапсырма	
1 ұпай	«π саны сан өсінде 2 – ге қарағанда e санына жақынырақ орналасқан. Содан $f(\pi)$ саны $f(2)$ санына қарағанда $f(e)$ санына жақынырақ» тұжырымның дұрыс емес екен атап кету.

12-кестенің жалғасы

1	2
2 ұпай	$y=\frac{\ln x}{x}$ функциясы х=е қарағанда симметриялы емес екендігін көрсету.
2 ұпай	$y=\frac{\ln x}{x}$ функциясы симметриялы емес екендігін дәлелдеу.
5 ұпай	Есептің шешу жолын көрсету.
8-тапсырма	
1 ұпай	Есеп шарты дұрыс еместігін атап кетсе.
3 ұпай	$\left(\frac{11}{12}\right)^{n-1}=\left(\frac{10}{12}\right)^{m-1}$ =теңдігін алды.
10 ұпай	Толық шешім үшін.

Енді біз облыстық деңгейдегі кейбір математикалық олимпиада есептерін қарастырайық [155, б.80].

9-сынып

№1. $a>в>0$ сандары үшін $\frac{1+в+в^2+...в^9}{1+в+в^2+...в^{10}}>\frac{1+a+a^2+...+a^9}{1+a+a^2+...+a^{10}}$ теңсіздігін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі: Дәлелденетін теңсіздік мынадай теңсіздікпен мәндес:

$$\frac{1+в+в^2+...в^{10}}{1+в+в^2+...в^9}<\frac{1+a+a^2+...+a^{10}}{1+a+a^2+...+a^9}$$

$$1+\frac{в^{10}}{1+в+в^2+...в^9}<1+\frac{a^{10}}{1+a+a^2+...+a^9}$$

$$\frac{в^{10}}{1+в+в^2+...в^9}<\frac{a^{10}}{1+a+a^2+...+a^9}$$

$$\frac{1+в+в^2+...в^9}{в^{10}}>\frac{1+a+a^2+...+a^9}{a^{10}}$$

$$\frac{1}{в^{10}}+\frac{1}{в^9}+...+\frac{1}{в}>\frac{1}{a^{10}}+\frac{1}{a^9}+...+\frac{1}{a}$$

Соңғы теңсіздік тура болғандықтан дәлелденілетін теңсіздік те тура болады.

10-сынып

№2.Теңсіздікті дәлелдеңдер.

$$\left(\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{2002}}\right)^2\geq 2002$$

Шешуі. $\left(\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{2002}}\right)^2\geq\left(\frac{1}{\sqrt{2002}}\cdot 2002\right)^2\geq 2002.$

11-сынып

№3.Теңсіздікті дәлелдеңдер.

$$1^1\cdot 2^2\cdot 3^3...1998^{1998}>(1998!)^{\frac{1999}{2}}$$

Шешуі. Теңсіздікті К≤999 натурал сандар үшін дәлелдейік:

$$K^K(1999-K)^{1999-K} = K^K(1999-K)^{\frac{1999}{2}K}(1999-K)\frac{1999}{2} >$$

$$> K^K \cdot K^{\frac{1999}{2}K} \cdot (1999-K)^{\frac{1999}{2}} = K^{\frac{1999}{2}} \cdot (1999-K)^{\frac{1999}{2}}.$$

Сондықтан, $1^1 \cdot 1998^{1998} > 1^{\frac{1999}{2}} \cdot 1998^{\frac{1998}{2}}$;

$2^2 \cdot 1997^{1997} > 2^{\frac{1999}{2}} \cdot 1997^{\frac{1999}{2}}$; ... $999^{999} \cdot 1000^{1000} > 999^{\frac{1999}{2}} \cdot 1000^{\frac{1999}{2}}$

Бұл теңсіздіктерді мүшелеп көбейтіп, дәлелденілген теңсіздікке келеміз.

Төменде республикалық деңгейдегі математикалық олимпиада есептерін қарастырайық.

9-сынып

№1.Оң x,y,z сандары үшін теңсіздікті дәлелдеңдер:

$x(1+y)+y(1+z)+z(1+x)\geq 6\sqrt{xyz}$

Дәлелдеуі. Белгілі $a+в\geq 2\sqrt{ав}$ теңсіздігін (а,в, ≥0) пайдаланып $x+yz\geq 2\sqrt{xyz}$, $y+xz\geq 2\sqrt{xyz}$, $z+xy\geq 2\sqrt{xyz}$ теңсіздіктерін аламыз. Осы үш теңсіздікті қосып $x+yz+y+xz+z+xy=x(1+y)+y(1+z)+z(1+x)>6\sqrt{xyz}$ теңсіздігін аламыз.

10-сынып.

№2.Теріс емес *а,в* үшін $\sqrt[3]{ав^2}+\sqrt[3]{a^2в}\leq$а+в теңсіздігін дәлелдеңдер.

Дәлелдеуі. Бізге $\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{в}\right)^2=\sqrt[3]{a^2}-2\sqrt[3]{ав}+\sqrt[3]{в^2}\geq 0$ теңсіздігінен $\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ав}+\sqrt[3]{в^2}\geq\sqrt[3]{ав}$ шығатыны анық.Соңғы теңсіздіктің екі жағын $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{в}$ -қа көбейтсек, бізге керекті теңсіздік шыға келеді.

11-сынып

№3. *а+в+с=1, (а,в,с≥0)* шарттарын қанағаттандыратын а,в,с сандары үшін теңсіздікті дәлелдеңіздер. *(1+а)(1+в)(1+с)≥8(1-а)(1-в)(1-с).*

Дәлелдеуі: *1+а=(1-в)+(1-с)* онда $1+a\geq 2\sqrt{(1-в)(1-c)}$. Осы сияқты $1+в\geq 2\sqrt{(1-a)(1-c)}$; $1+c\geq\sqrt{(1-a)(1-b)}$.Бұл теңсіздіктерді мүшелеп көбейтсек , дәлелденілетін теңсіздік шығады.

Төменде халықаралық деңгейдегі математикалық олимпиада есептерін қарастырайық.

№1. а,в,с оң сандар болып және *авс*=1. Мынадай теңсіздікті дәлелдеңдер:

$$\frac{1}{a^3(в+c)}+\frac{1}{в^3(c+a)}+\frac{1}{c^3(a+в)}\geq\frac{3}{2}$$

Дәлелдеуі. Жаңа белгілер енгізейік: $x=\frac{1}{a}, y=\frac{1}{b}, z=\frac{1}{c}.$

Есептің шарты бойынша *xyz=1.*Енді дәлелденілетін теңсіздік мынадай теңсіздікпен мәндес болады.

$$S=\frac{x^2}{y+z}+\frac{y^2}{z+x}+\frac{z^2}{x+y}\geq\frac{3}{2} \qquad (1)$$

Біз оң сандардың арифметикалық ортасы мен геометриялық ортасының арасындағы байланысты қолданамыз: $\frac{1}{3}(u+v+\omega)\geq\sqrt[3]{uv\omega}$ (2)

Енді Коши-Буняковский теңсіздігін қолданамыз:

$(u_1u_2+v_1v_2+\omega_1\omega_2)^2 \le (u_1^2+v_1^2+\omega_1^2)(u_2^2+v_2^2+\omega_2^2)$ бұл теңсіздікті $\left(\frac{x}{\sqrt{y+z}},\frac{y}{\sqrt{z+x}},\frac{z}{\sqrt{x+y}}\right)$ және $\left(\sqrt{y+z},\sqrt{z+x},\sqrt{x+y}\right)$ векторларына қолданып жазамыз: $(x+y+z)^2 \le S\cdot 2(x+y+z)$ немесе $S \ge \frac{1}{2}(x+y+z)$.

Енді (2) теңсіздікті қолданып табамыз: $S \ge \frac{1}{3}(x+y+z)\cdot\frac{3}{2} \ge \sqrt[3]{xyz}\cdot\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$.

№2. Ауданы *S* келетін үшбұрыштың қабырғалары *а, в, с* болсын. Мынадай теңсіздікті дәлелдеңіздер: $a^2+в^2+c^2 \ge 4S\sqrt{3}$. Теңдік қашан болады?

Дәлелдеуі. Герон формуласын жазайық:

$$S=\sqrt{\left(\frac{a+в+c}{2}\right)\left(\frac{a+в-c}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+c-в}{2}\right)\cdot\left(\frac{в+c-a}{2}\right)}$$

$(a+в-c)(a+c-в)(в+c-a)$ көбейтіндісін бағалау үшін мынадай теңсіздікті қолданайық: $\frac{x+y+z}{3} \ge \sqrt[3]{xyz}$ немесе $xyz \le \frac{(z+y+z)^3}{27}$. Белгілеулер енгізейік: $x=a+в-c, y=a+c-в, z=в+c-a$.

Енді мынадай теңсіздіктерді жазуға болады:

$$4S=\sqrt{(a+в+c)(a+в-c)(a+c-в)(в+c-a)} \le \sqrt{(a+в+c)\frac{(a+в+c)^3}{27}}=\frac{(a+в+c)^2}{3\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{3a^2+3в^2+3c^2-(a-в)^2-(в-c)^2-(c-a)^2}{3\sqrt{3}} \le \frac{a^2+в^2+c^2}{\sqrt{3}}$$

теңдік а=в=с болғанда орындалады [155, б.143].

Сонымен, болашақ математика мұғалімдерін олимпиадалық есептерді шығаруға үйретудің тиімділігі бірнеше шарттарға байланысты:

1) олимпиадалық есептерді арнайы математикалық және кәсіби-әдістемелік пәндердің мазмұнына кіріктіріп отырып, шығаруға назар аудару керек;

2) олимпиадалық есептерді оқу процесіне белгілі бір жүйеде күрделілігін біртіндеп арттыра отырып енгізу керек, өйткені стандартты есептер студенттердің дамуына аз әсер етеді;

2) студенттерге есептің шешімін табуда барынша дербестікті қамтамасыз ету, оларға дұрыс емес жолмен соңына дейін баруға, қатесіне көз жеткізуге, басына оралып, басқа, дұрыс шешімін іздеуге мүмкіндік беру қажет;

3) студенттерге олимпиадалық есептерді шешудің кейбір әдістерін, жалпы тәсілдерін түсінуге көмектесу қажет.

Оқытушы студенттерге олимпиадалық есептерді шығаруды үйрету процесінде есеп шығару үлгілерін, яғни «жеңілден – қиынға» қарай қағидасын ұстау; әртүрлі есептерді ұштастырып отыру т.б. көрсетуі тиіс. Сонымен қатар, есеп шығарудағы ұжымдық және өз беттерімен жұмыс істеу; есеп түрінің қосымшаларын қарастыру т.б. әдістемелік талаптарды естен шығармау керек.

Біздің педагогикалық іс-тәжірибемізде математикадан олимпиадалық есептерді шығаруды оқытудан бұрын, студенттердің зерттеушілік дағдысын анықтау мақсатында жалпы дидактикалық әдістер қолданылды. Сабақ жүргізу барысында, негізі ғылыми әдістер қолданылды, олар: индукция және дедукция, талдау және синтез, жалпылау және абстракция, бақылау, сауалнама және тәжірибе (эксперимент), салыстыру, ұқсастықты анықтау.

Сабақта зерттеушілік дағдыларды дамытудың негізгі жолы – оқытуда проблемалық әдісті қолдану. Мәселелік жағдаяттарды жүйелі түрде құру студенттердің танымдық ізденіс әрекетін ынталандырады. Мұның нәтижесі стандартты емес есептерді өз бетінше шешу, салыстырмалы талдау және студенттің жалпылау қорытынды жасауы болып табылады. Сонымен бірге мәселені өз бетімен шешу қабілеті студенттерді шабыттандырады, олардың ерік-жігерін тұрақты етіп, танымдық процесті тартымды және тұлғалық маңызды етеді.

Зерттеудің стандартты емес жағдайлары студенттің белсенділігін арттырады, тұлғаның дербестік, жүйелі ойлау, пайымдау тәуелсіздігі, икемділік, сыншылдық сияқты шығармашылық қасиеттерін қалыптастырады. Зерттеу жағдаяттарын тарту зейіні тұрақсыз және пәнге қызығушылығы төмен оқушылар басым болатын сабақтарда ең үлкен нәтиже береді. Білім алушылардың ғылыми-зерттеу әрекеті оқу-тәрбие жұмысына жан-жақты қарап, шаршауды басады, зейінді, тапқырлықты, өзара көмекті дамытады; студенттің дүниетанымдық ұстанымын қалыптастыруға ықпал етеді.

Студенттердің ғылыми зерттеушілік дағдысын дамытудың тағы бір жолы – стандартты емес есептер шығарту, критикалық ситуация туындатып, зерттеушілік тапсырмаларды орындау. Яғни, зерттеушілік дағдыларын дамытуға, танымдық қызығушылықты қалыптастыруға стандартты емес ізденіс-зерттеу сипатындағы математикалық есептер сәтті әсер етеді. Ізденімпаздық, зерттеушілік әрекет дағдыларын дамыту құралдарының бірі стереотиптік емес тапсырмаларды шешу болып табылады, оны шешуде зеректік, тапқырлық және басқа да қасиеттер қалыптасады. Ондай есептер олимпиадалық тапсырмалардың жүйесінен орын алғаны көпшілікке мәлім.

Болашақ мамандардың зерттеушілік дағдыларын дамытудың маңызды компоненті студенттердің конкурстық іс –шараларға, олимпиадалық есептерді шығару дағдысына ие болып, сол олимпиаданың өзіне қатысуы болып табылады. Сондай-ақ, болашақ мамандыққа деген сүйіспеншілікті тәрбиелеуге, импровизация мен шарттан тыс ойлауға тәрбиелеуге ықпал ететін маңызды факторлардың бірі - олимпиадалар екенін атап өткен жөн. Олимпиадаға қатысу үшін үлгерімі жоғары студенттерден іріктеп алып, содан кейін қатыстырады, бірақ мұндай формалар студенттердің жаппай зерттеу дағдыларының дамуын толық объективті бағалауға мүмкіндік береді деп айтуға болмайды.

Зерттеушілік дағдыны дамытуда болашақ мұғалімге «Жаратылыстану ғылымы және педагогикасы» жоғары мектебінің базасында өткізілетін математикалық олимпиадалар мен жарыстарға қатысу көмектесті.

Қорыта келгенде, қазіргі заманғы білім беру жүйесіндегі зерттеушілік дағдыны қалыптастыру мәселесі Қазақстанда, кез келген басқа елдегі сияқты, сөзсіз өзекті. Олимпиадалық есептерді шығаруға болашақ математика мұғалімдерін баулу - бұл мәселені сәтті шешуге көмектеседі. Біздің ізденісіміз нәтижесінде, терең зерттеуді, шешімдерді қарқынды іздеуді ынталандыратын шешілмеген есептер, олар өз күштері мен мүмкіндіктерін шынымен бағалауға мүмкіндік береді.

2.3 Педагогикалық эксперимент және оның нәтижелері

Алға қойылған міндетті түбегейлі шешу және ғылыми болжамның дұрыстығын анықтау мақсатында педагогикалық эксперимент жұмысы 2021-2023 жылдар аралығында айқындау, қалыптастыру және қорытындылау кезеңдері бойынша жүргізілді.

Педагогикалық эксперимент жұмысын ұйымдастыру үшін зерттеу базасы ретінде М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университетінің «Математика» кафедрасы және Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық университетінің «Математика» кафедрасы алынды.

Эксперименттік және бақылау топтарының қатысушыларына «6В01510 – Математика мұғалімін даярлау» білім беру бағдарламасы бойынша оқитын 3 курс студенттері таңдалды. Қатысушылар саны – 157, оның ішінде бақылау тобы 78 студенттен, ал эксперименттік топ 79 студенттен тұрады.

Педагогикалық эксперимент жұмысын ұйымдастыру барысында эксперименттің нысаны мен пәнін, мақсаты мен міндеттері анықталды.

Эксперименттің нысаны: «6В01510 – Математика мұғалімін даярлау» білім беру бағдарламасының 3 курс студенттері.

Эксперименттің пәні: Жоғары оқу орындарында «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін және математикалық пәндерді оқыту барысында студенттердің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру әдістемесі.

Педагогикалық эксперимент жұмысының мақсаты:

- жоғары оқу орындарында «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту деңгейін анықтау;
- «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәні мен математикалық пәндерді оқыту барысында олимпиадалық есептер арқылы студенттердің зерттеушілік дағыдларын қалыптастыру әдістемесінің тиімділігін дәлелдеу.

Тұжырымдалған мақсаттар негізінде педагогикалық эксперимент жұмысының міндеттері айқындалды:

- бастапқы айқындау кезеңінде:

а) жоғары білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандартын, «6В01510 – Математика мұғалімін даярлау» білім беру бағдарламалары мен болашақ математика мұғалімдерін дайындау жағдайын талдау;

ә) жоғары оқу орындарындағы болашақ математика мұғалімдеріне-студенттерге «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәні мен математикалық пәндерді оқыту тәжірибесі мен сапасын айқындау;

б) болашақ математика мұғалімдерінің «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәні бойынша бастапқы білім деңгейін анықтау;

в) «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытуда туындайтын қиыншылықтарды анықтау.

Нәтижесінде, жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін дайындаудағы туындаған мәселелер және оларды шешу жолдары анықталды. Сонымен қоса, зерттеу базасы ретінде алынған жоғары оқу орындарының білім алушыларынан сауалнама алынды (Қосымша Ә).

Айқындау кезінде алынған сауалнама білім алушылардан қажетті мәліметтер алу үшін, сондай ақ үлкен әлеуметтік топтардың пікірін білу үшін жүргізілді [90, б.340; 145, б.231].

Сауалнама Google дискіге жүктелген әлеуметтік желіде берілген сілтемеге сәйкес https://docs.google.com/forms жауап берді. Сауалнамада ұсынылған практикалық жұмыс істеу дағдылардың қалыптасуы мен математикалық олимпиадалық есептерді шешу барысында зерттеу біліктілігінің деңгейі, болашақ мамандығына қажетті ақпаратты білу деңгейін анықтау бойынша 10 сұрақ берілді.

Сауалнамаға қатысушылар берілген сұрақтарға «иә», «жоқ», «жауап беруге қиналамын» деп жауап берді. Сауалнама нәтижелері «иә», «жоқ», «жауап беруге қиналамын» жауаптарына сәйкес топтастырылды. Эксперимент тобынан қатысқан білім алушылардың 60 білім алушысы (52%) – «иә», 12 білім алушысы (3%) – «жоқ», 5 білім алушы (0,9%) «жауап беруге қиналамын» деген жауапты тандады. Ал, бақылау тобының 85 білім алушысы (72%) сауалнамаға «иә», 63 білім алушысы (32%) – «жоқ», 12 білім алушысы (6%) – «жауап беруге қиналамын» деген жауапты тандаған [153, б.1026].

Ал, эксперименттен кейінгі алынған сауалнама бойынша: эксперименттік топтарда «иә» деп жауап бергендер 20% пайызға артты, ал «жоқ» деп жауап бергендер 15% пайызға кемігені байқалды. Жауап беруге қиналғандар мүлдем болмады. Бақылау тобы бойынша «иә» деп жауап бергендер 6% - өсті, ал «жоқ» деп жауап бергендер 8% ғана артты, ал «жауап беруге қиналамын» дегендер 3% пайызға азайды. Көрсеткіштердің диаграммамен бейнеленуі Ә-қосымшада берілген.

Айқындау кезеңі студенттердің өзіндік зерттеушілік дағдысын және шығармашылық қабілетін дамытуға дайындығын анықтауға, бұл процеске кедергі келтіретін факторларды және осы кедергілерді жою жолдарын анықтауға мүмкіндік берді. Бұл кезеңде М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті мен Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық университетінің «6В01510 – Математика мұғалімін даярлау» білім беру бағдарламасы бойынша оқитын 3 курстың студенттері экспериментке қамтылды.

Студенттерінің олимпиадалық есептерді шығару бойынша бастапқы білім деңгейі анықтау мақсатында №1 аралық бақылау жұмысы өткізілді. Ұсынылған тапсырмалар диссертацияның қосымшасында берілген (Қосымша Б).

Осыдан 3 курс студенттерімен жүргізілген №1 аралық бақылау жұмысының нәтижелері алынып, талдаулар жасалды (13-кесте).

Кесте 13 – Педагогикалық эксперимент жұмысының басындағы – айқындау кезеңіндегі студенттердің №1 аралық бақылау жұмысы

	Бақылау тобы (78 студент) деңгейі (%)			Эксперименттік топ (79 студент) деңгейі (%)		
	Жоғары	Орташа	Төмен	Жоғары	Орташа	Төмен
Орта мәні	14	38	48	13	40	47

Нәтижесінде мынадай қарама-қайшылық көруге болады: болашақ математика мұғалімдері мектеп оқушыларына математикадан білім беру стандартында талап етілетін зерттеушілік дағды жұмыстардың әртүрлі түрлерін үйретуге мәжбүр болады, бірақ студенттердің өздері олимпиадалық есептерді шығару дағдысы төмен екенін байқатты. Еліміздегі жоғары оқу орындарында математика мұғалімін дайындауда математикадан олимпиадалық есептерді шығаруға үйретуге тиісті көңіл бөлінбейді. Бұл қайшылықты шешу студенттердің зерттеушілік дағдыларын дамытуға және оқушылардың есеп шығару қабілетін дамытуға үйретуге бағытталған жүйені жүзеге асырудан тұрды. Бұл жүйеде математикалық пәндердің оқытушыларының ынтымақтастығын үйлестіру деңгейінде жүзеге асырылды, бұл біздің жүйеде нәтиженің суперсубъективті болу принципін жүзеге асыру болып табылады.

№1 аралық бақылау жұмысының нәтижелері бойынша білім деңгейлері жоғары көрсеткіштер болған студенттер бақылау тобы, ал төмен көрсеткіштер болған студенттерді эксперименттік топ ретінде таңдап алынды.

М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университетінен 2 топ және Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық университетінен 5 топ таңдалды. Барлығы 7 топ, оның ішінде 4 тобы эксперименттік (ЭТ), 3 тобы бақылау тобы (БТ) болды. Бақылау топ студенттерінің білім деңгейі эксперименттік топ студенттерінің білім деңгейінен жоғары болды.

Эксперименттік топ және бақылау тобы №1 аралық бақылау нәтижелері негізінде топтардың білім деңгейлеріне салыстырмалы талдау жасалды және студенттердің оқудағы жетістіктері бақылаудың баллды-рейтингті жүйесі арқылы бағаланды.

Педагогикалық эксперименттің қалыптастыру кезеңінде математиканы оқыту әдістемесі саласында, зерттеу мәселесіне қатысты ғылыми-әдістемелік еңбектерді оқып, зерттеу, талдау және жүйелеу жұмыстары орындалды.

«Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың әдістемелік жүйесі жасалды. «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәні бойынша силлабус, оқытудың әдістері, формалары мен құралдары, практикалық сабақтарды және өзіндік жұмыстарды ұйымдастыруда ақпараттық коммуникациялық технологияны пайдаланудың мүмкіндіктері қарастырылып, практикалық сабақтар мен білім алушылардың өзіндік жұмыстарына арналған тапсырмалар жүйесі дайындалып, оқу процесіне енгізілді.

«Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәні бақылау тобы студенттеріне дәстүрлі оқыту әдістемесі бойынша, ал эксперименттік топта 2.1-параграфтағы ұсынып отырған әдістемеге сәйкес ұйымдастырылды (Қосымша В).

Біз эксперименттік топтағы студенттерді оқытудың барлық кезеңінде зерттеушілік дағдыларын үздіксіз және кезең-кезеңімен қалыптастыру мақсатын көздейтін бағдарламаны жасадық. Бұл бағдарлама тұтастай алғанда педагогикалық университеттің студенттерін кәсіби шығармашылық даярлау жүйесі туралы жалпы түсінік береді. «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәні педагогикалық жоғары оқу орындарында студенттерді оқытудың шығармашылық технологияларына құрылған және оқу жоспарында белгіленген сағат санын қамтиды.

«6B01501 – Математика мұғалімін даярлау» білім беру бағдарламасының студенттері үшін бейне дәрістер түсірілді. «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәні бойынша электронды оқулық (2020-2021 оқу жылы), оқу құралы (2021-2022 оқу жылы) шығырылып, оқу процесіне енгізілді. Пәннің оқу-әдістемелік материалдарының жүйесі әзірленіп М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті платонус білім беру платформасына салынды.

Студенттердің білім мен іскерлігін және өз бетінше оқулықтарды қолдану, қолданатын құралдар мен жабдықтарды пайдалана білу дағдысын қалыптастыруда теориялық білімін математикалық қабілетін дамытуға бағытталған іс-әрекеттері практикалық сабақта көрініс тапты.

Практикалық сабақтарда экспериметтік топтағы студенттермен интерактивті әдіс арқылы электронды WordWall.net платформасы, Star G640S электронды тақта, Microsoft Teams платформасында тест тапсыру қолданылды, ал бақылау топпен дәстүрлі плакат, оқулықтағы және плакаттағы суреттер, слайдтар және дайын сұлбаларды қолдану арқылы жүргізілді. Практикалық сабақтар Блум таксономиясына сәйкес құрастырылған критерийлер бойынша бағаланды. Мұнда студентердің талдау, салыстыру, бағалау, ойша қорытынды жасау, өз пікірін айта білу және оны дәлелдеу, нәтижесін әртүрлі формада (тезис, эссе, логикалық сызба нұсқа, кесте және т.б.) ұсыну дағдылары қалыптасты.

Зерттеу мәселесі бойынша іргелі еңбектерді теориялық талдау нәтижесінде жоғары оқу орындарында және мектепте оқытудың өз тәжірибемізде студенттердің зерттеушілік дағдыларының критерийлері мен көрсеткіштерін жасап, ғылыми-зерттеу процесі барысында түзетілді. Дағдылар белгілі бір критерийлер бойынша өлшенетін және өзгертілетін мінез-құлық немесе әрекетті анықтайды деп есептейміз және зерттеушілік дағдыларды қалыптастырудың келесі критерийлері мен көрсеткіштерін анықтадық (14-кесте) [90, б.339].

Кесте 14 – Педагогикалық жоғары оқу орындарының студенттерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру критерийлері мен көрсеткіштері

Критерийлер	Көрсеткіштері
1. Кәсіби-шығармашылық іс-әрекет арқылы өзін-өзі жүзеге асыру, өзін-өзі дамыту қажеттілігі	1. Зерттеушілік-шығармашылық қызмет саласында оң үміттердің болуы. 2. Басқа біреудің тәжірибесіне ашықтық, шығармашылық мәселеге, зерттеушілік жағдайға байланысты қабылдау және икемділік. 3. Белгісіздік жағдайындағы эмоционалды тұрақтылық және оны шешуге ұмтылу. 4. Негізгі құндылықтарды сақтай отырып, жеке тұлғаны өзгерту мүмкіндігі.
2. Өзіндік әдістемелік қызметті табысты жүзеге асыру үшін зерттеушілік тапсырманы анықтай білу	1. Зерттеу пәні ретінде мәтінге көзқарастардағы, әдеби шығарма кейіпкерлерінің өмірі мен пайымдауларындағы шығармашылық қайшылықты көрсету. 2. Көркем шығарма мәтіні бойынша сұрақ немесе тапсырма құрастыру 3. Студенттердің зерттеушілік іс-әрекетін ынталандыратын мәселелік жағдай туғызу. 4. Студентті шығармашылықпен дамыта отырып, немесе ескісін түрлендіру арқылы сабақтың жаңа әдістемелік тұжырымдамасын жасау.
3. Студенттердің олимпиадалық есептерді құра білуі	1. Есептерге өзіндік интерпретацияның болуы. 2. Олимпиадалық есептің мәтінін түсіндірудің сәйкестігі және онымен жұмысты өзіндік бағалаудың сәйкестігі. 3. Есеп шығаруды студенттің бағалауының диалогтық және мәселелік сипаты. 4. Олимпиадалық есептердің контексті пайдалану. 5. Шығарманың композициялық үйлесімділігі. 6. Есеп шығару тәсілдерінің даралығы
4. Студенттердің математикалық олимпиада мәтін құра білуі	1. Есептің лейтмотивін анықтау. 3. Әр тақырып бойынша есептерді құрастырудың ерекшелігі. 4. Анализ бастамалары тақырыбан есептер құрастыру ерекшеліктері. 5. Олимпиадалық есептің үйлесімділігі.

Бұл критерийлер өлшенетін, объективті, олар зерттеушілік құзіреттіліктің мәнді сипаттамаларын көрсетеді, шығармашылық құзыреттілік қалыптасуының белгілі бір кезеңдерінде қайталанатын болады [90, б.338].

Эксперименттің қалыптастыру кезеңінде студенттердің өзіндік шығармашылық әрекетіне және оқытушының белсенділігіне тұрақты қызығушылық ерекше мәнге ие болды.

Диссертациялық зерттеуде егжей-тегжейлі сипатталған және талданған студенттердің келесі әдістері, технологиялары, іс-әрекеттері сұранысқа ие болды: олимпиадалық есеп мәтін құру (талдау, сұраққа жазбаша жауап, мәтінге шолу); тақырып бойынша есептің мәтін құру (ассоциация, күшейту); қарама-қайшылықтарды тұжырымдау және оларды шешу (мәселелік жағдайды құру); кейстің шешімі (дипломдық жұмысты баяндау, аргументтерді таңдау; рефлексиялық технологиялардың әдістемесі (инсерт, екі бөлімді күнделік, «Білемін. Білгім келеді. Білдім» кестесі, рефлексия (портфолио, өзін-өзі бағалау).

Педагогикалық эксперименттің қорытындылау кезеңінде 3 курс студенттерінің қорытынды білім деңгейін анықтау мақсатында №2 аралық бақылау жұмысы жүргізілді. Ұсынылған тапсырмалар диссертацияның қосымшасында берілген (Қосымша Б).

Осыдан 3 курс студенттерімен жүргізілген №2 аралық бақылау жұмысының нәтижелері алынып, талдаулар жасалды (15-кесте).

Кесте 15 – Педагогикалық эксперимент жұмысының басындағы – айқындау кезеңіндегі студенттердің №2 аралық бақылау жұмысы

	Бақылау тобы (78 студент) деңгейі (%)			Эксперименттік топ (79 студент) деңгейі (%)		
	Жоғары	Орташа	Төмен	Жоғары	Орташа	Төмен
Орта мәні	14	45	41	20	46	34

Қортындылау кезеңінде эксперименттік және бақылау топтарында жүргізілген аралық бақылау нәтижелері бойынша эксперименттік топтың білім деңгейі жоғары болғанын көруге болады.

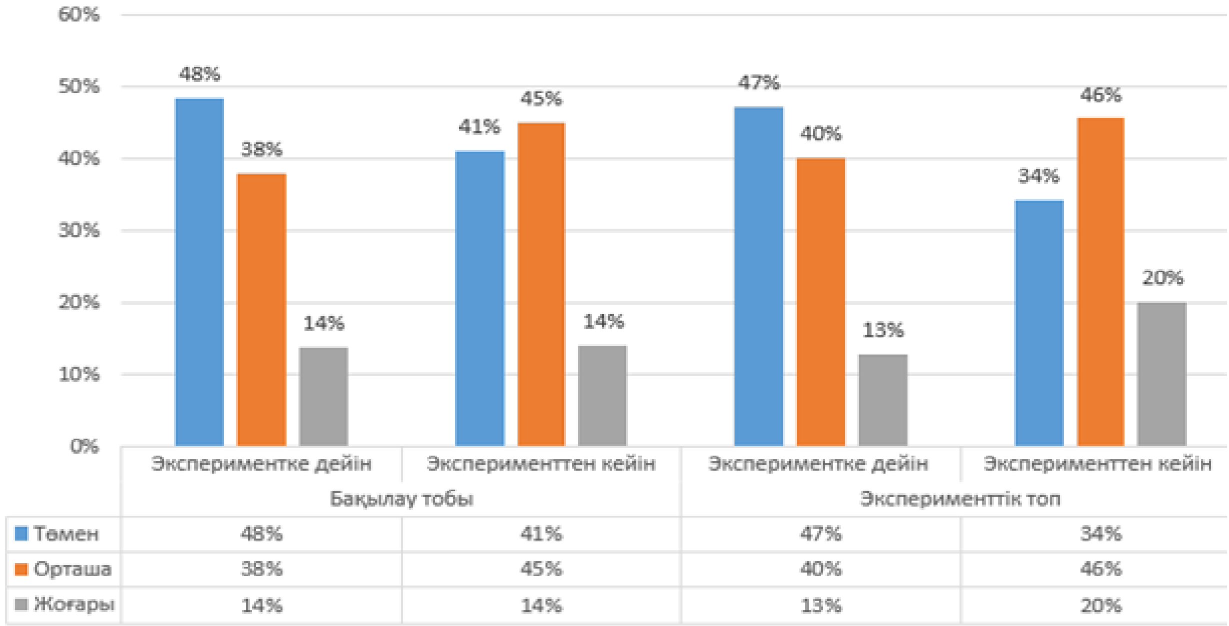
Эксперименттік және бақылау топтардағы студенттердің эксперименттің басындағы және соңындағы №1 және №2 аралық бақылау бойынша білімдерінің салыстырмалы көрсеткіштері 16-кестеде көрсетілген.

Кесте 16 - Бақылау және эксперименттік топтардағы студенттердің №1 және №2 аралық бақылау жұмыстарындағы үлгерімі

Деңгейлер	Бақылау тобы (78 студент)		Эксперименттік топ (79 студент)	
	Экспериментке дейін (%)	Эксперименттен кейін (%)	Экспериментке дейін (%)	Эксперименттен кейін (%)
Төмен	48	41	47	34
Орташа	38	45	40	46
Жоғары	14	14	13	20

Эксперимент соңында екі топтағы практикалық сабақтардағы білім алушылардың ағымдық бағалары салыстырылды. 16-кестеден жоғары деңгейде көрсеткіш көрсеткен эксперименттік топ 20% (79 білім алушы), ал бақылау тобы 14% (78 білім алушы), демек эксперименттік топ 4%-ға бақылау тобынан артық.

25-суреттегі диаграммадан көріп отырғанымыздай төмен деңгейде эксперименттік топта 34%, ал бақылау тобында 41% құрады. Осыдан эксперименттік топ білім алушыларының практикалық жұмыстарды орындай білу дағдысы жоғары екенін көруге болады. Бұл дегеніміз, практикалық сабақтарды және өзіндік жұмыстарды ұйымдастыруда студенттердің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыруға бағытталған олимпиадалық есептерді шығарудың маңызы зор екендігін көрсетеді.



Сурет 25 - «6В01510-Математика» білім беру бағдарламасы бойынша оқитын студентердің олимпиадалық есептерді шығару кезінде экспериментке дейінгі және кейінгі салыстырмалы көрсеткіштері

Жалпы педагогикалық эксперимент барысындағы эксперименттік және бақылау топтардағы студенттердің «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін бойынша білімдерін анықтау үшін жүргізілген №1 және №2 аралық бақылаудың нәтижелерін Крамер-Уэлч критерийі бойынша есептедік.

Крамер-Уэлч критерийі екі үлгінің орташа теңдігі туралы болжамды тексеруге арналған.

Бұл критерийдің эмпирикалық мәні x және y үлгілерінің N және М мәлімет көлемдері, $\bar{x}$ және $\bar{y}$ үлгілерінің іріктелген орташа мәндері және салыстырылатын үлгілердің D_x және D_y үлгілік дисперсиялары туралы ақпарат негізінде есептеледі. Бұл мәндерді (1), (2), (3) формулалар бойынша қолмен немесе Microsoft Excel компьютерлік бағдарламасында есептеуге болады [166].

$$\bar{x} = \frac{1}{N}(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{n-1} + x_n) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i, \tag{1}$$

$$D^2{}_x = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2. \qquad D^2{}_y = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2. \tag{2}$$

$$T_{\text{эмп}} = \frac{\sqrt{M \cdot N}|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{M \cdot D_x + N \cdot D_y}}. \tag{3}$$

Крамер-Уэлч критерийі арқылы қатынастар шкаласында өлшенген эксперименттік деректер үшін салыстырылатын үлгілердің сәйкестігі мен сипаттамаларының айырмашылықтарын анықтау алгоритмі келесідей:

1) салыстырылған үлгілер үшін (3) формула бойынша Крамер - Уэлч критерийінің эмпирикалық мәнін есептелінеді;

2) Крамер-Уэлч критерийі бойынша критикалық мәні $T_{0.05}$ = 1,96 тең. Егер эксперименттік топтың T_{emp}<1,96 болса, онда салыстырылатын үлгілердің сипаттамалары 0,05 мән деңгейінде сәйкес келеді; егер T_{emp}>1,96 болса, онда «салыстырылатын үлгілердің сипаттамалары арасындағы айырмашылықтардың сенімділігі 95% құрайды» [167].

Бұны тексеру үшін 17-кестедегі бақылау мен эксперименттік топтарының экспериментке дейінгі және соңындағы білім деңгейлері бойынша мәліметтер қолданылды.

Кесте 17 – Бақылау мен эксперименттік топтарының экспериментке дейінгі және соңындағы білім деңгейлері

Бақылау тобы			Эксперименттік топ		
Студент N	Экспериментке дейін	Эксперименттен кейін	Студент M	Экспериментке дейін	Эксперименттен кейін
1	2	3	4	5	6
1	8	10	1	7	7
2	12	10	2	10	16
3	10	17	3	5	7
4	10	4	4	11	19
5	6	11	5	9	15
6	19	13	6	10	14
7	9	6	7	12	13
8	6	13	8	6	9
9	7	8	9	12	16
10	15	18	10	6	7
11	5	12	11	5	5
12	18	19	12	13	15
13	8	9	13	7	15
14	9	12	14	4	10
15	6	12	15	16	16
16	15	17	16	6	7
17	6	7	17	5	8
18	18	15	18	10	15
19	10	7	19	18	18
20	5	13	20	6	10
21	17	11	21	15	17
22	8	10	22	12	14
23	4	6	23	16	18
24	13	16	24	6	7
25	9	9	25	7	13
26	4	6	26	6	7
27	5	7	27	5	13
28	6	5	28	4	6
29	6	5	29	5	11
30	5	6	30	5	5
31	7	9	31	6	12
32	6	7	32	5	6

17 - кестенің жалғасы

1	2	3	4	5	6
33	7	7	33	4	5
34	5	6	34	6	7
35	8	9	35	15	16
36	10	12	36	10	13
37	12	11	37	9	7
38	9	15	38	14	17
39	9	12	39	9	15
40	11	15	40	12	14
41	9	14	41	14	18
42	9	9	42	8	13
43	8	13	43	8	11
44	10	11	44	11	15
45	11	18	45	12	19
46	9	10	46	13	18
47	8	9	47	16	19
48	17	17	48	17	17
49	16	16	49	16	15
50	17	16	50	7	6
51	16	17	51	10	14
52	16	16	52	6	7
53	16	15	53	9	13
54	5	6	54	7	13
55	7	7	55	5	7
56	6	5	56	16	
57	9	12	57	4	6
58	7	7	58	10	12
59	4	6	59	3	5
60	6	5	60	12	15
61	11	11	61	7	5
62	5	6	62	16	18
63	6	6	63	6	7
64	7	7	64	9	14
65	6	5	65	6	7
66	5	5	66	17	20
67	14	12	67	4	6
68	5	5	68	5	7
69	7	7	69	16	15
70	4	6	70	4	6
71	6	6	71	8	13
72	12	14	72	3	4
73	6	7	73	9	13
74	5	6	74	10	14
75	13	12	75	5	7
76	5	6	76	7	11
77	7	5	77	18	20
78	7	7	78	4	5

17 - кестенің жалғасы

1	2	3	4	5	6
79			79	6	10
орташа балл	9,0	10,0		9,0	11,5

17-кестедегі мәндерді Крамер - Уэлч критерийі бойынша есептеу Microsoft Excel компьютерлік бағдарламасында жасалды.

Бізде N студенттен тұратын бақылау тобы және M студенттен тұратын эксперименттік топтары бар. 17-кестеден біздің жағдайда N = 78 студент және M = 79 студент. Бірыңғай өлшеу процедурасын қолданып, бір көрсеткішті келесі өлшеу нәтижелері алынды:

1) бақылау тобы үшін іріктеу $x = (x_1, x_2, x_3 \dots, x_N)$

2) эксперименттік топ үшін іріктеу $y = (y_1, y_2, y_3 \dots, y_M)$

Мұндағы x_i – іріктеу элементі – зерттеу көрсеткіштің мәні i- бақылау тобының әр бір мүшесі, ол $i = 1,2,3, \dots, N$, ал $y_j -$ зерттеу көрсеткіштің мәні j-эксперимент тобының әрбір мүшесі және $j = 1,2,3, \dots, M$, сәйкес келеді. Іріктемедегі сандық көрсеткіштер олардың сандық өлшемдері болады, мысалы x іріктеу санының өлшемі N-ге тең болады, ал y іріктеу санының өлшемі M-ге тең болады.

Экспериментіміздегі 78 студенттен тұратын бақылау тобы (N=78) мен 79 студенттен тұратын эксперименттік топтардың (M-79) білім деңгейлерін 3-5 есептер тапсырмамен анықтадық. Олардың экспериментке дейінгі және эксперименттен кейінгі бақылау және эксперименттік топтардың білім деңгейін өлшеу нәтижелері 16- кестеде келтірілген, көрсетілген қатарлар топ мүшелеріне сәйкес келеді.

Эксперименттің нәтижелерін реттік шкала бойынша да алуға болады (немесе қатынастар шкаласынан реттік шкалаға аударылады), сондықтан реттік шкала бойынша деректерді ұсынуды қарастырдық.

Экспериментімізден алынған мәндерді дәл сараптау үшін мынадай градация пайдаланылды: төмен, орташа және жоғары (L = 3) төмен (жинаған балл 0-7 аралығында), орташа (жинаған балл 8-15 аралығында) және жоғары (жинаған балл 16-20 аралығында). L = 3 градацияға сәйкес келетін x_i және y_j мәндерін натурал сан деп есептейміз. Олай болса бақылау тобы бойынша:

$$n = (n_1, n_2, \dots, n_L),$$

мұндағы, n_k – бақылау тобындағы оқушылардың саны, k олардың алған ұпайлары ол $k = 1, 2, \dots, L$. Ал, эксперименттік топ үшін

$$m = (m_1, m_2, \dots, m_L),$$

мұндағы, m_k – эксперименттік тобындағы оқушылардың саны, k олардың алған ұпайлары ол $k = 1, 2, \ldots, L$. Олай болса

$$n_1 + n_2 + \cdots + n_L = N, m_1 + m_2 + \cdots + m_L = M$$

Біз экспериментке дейінгі бақылау және эксперименттік топтардағы студенттердің жинаған ұпайлардың санын салыстырдық. Оны (3) формула бойынша есептегенімізде Тэmp = 0,2 < 1,96 мәніне тең болды. Сондықтан экспериментке дейінгі бақылау және эксперименттік топтардың сипаттамаларының сәйкес келуі туралы болжам 0,05 маңыздылық деңгейінде қабылданды.

Енді эксперименттен кейінгі бақылау және эксперименттік топтардың мәндерін салыстырайық. Біз оны (3) формула бойынша Тэmp = 3,1 > 1,96 мәнін болатындығын есептедік. Сондықтан эксперимент соңындағы бақылау және эксперименттік топтардың мәндері арасындағы айырмашылықтардың сенімділігі 75% құрайды.

23-суреттегі диаграмманы және Крамер - Уэлч критерийі бойынша есептеулерді салыстыру нәтижесінен эксперименттік топ студенттерінің білім деңгейі бақылау топ студенттеріне қарағанда артқанын байқауға болады.

Бақылау және эксперименттік топтарының экспериментке дейінгі мәндері сәйкес келеді, ал эксперименттен кейінгі мәндері әртүрлі болып отыр. Демек, өзгерістердің әсері болашақ математика мұғалімдеріне «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін және математикалық пәндерді оқыту барысында олимпиадалық есептерді шығаруға үйретуге байланысты деп қорытынды жасауға болады.

Сонымен, қорыта келгенде жүргізілген педагогикалық эксперимент нәтижелерін талдай отырып, ұсынылып отырған әдістеме өз мақсатына жетті, ғылыми болжам дәлелденді деп есептейміз.

Екінші бөлім бойынша қорытынды

Жүргізілген зерттеулер нәтижесінде келесідей қорытындылар жасалды:

- математиканы оқытудың әдістемелік жүйесі негізінде жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдерін дайындауға бағытталған «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың әдістемелік жүйесі жасалды, оның құрамына оқыту мақсаты, білім мазмұны, оқыту формасы мен әдістері, құралдары, оқыту нәтижелері енді;
- «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту процесін ұйымдастырудың қағидалары айқындалды: жүйелілік, көрнекілік, белсенді оқыту, бірізділік, даралау, рефлекция, проблемалық оқыту, ынталандыру;
- «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың тақырыптық жоспары ұсынылды және оның мазмұны мен мектеп математика курсының мазмұнының сабақтастығын айқындалды, бұл өз кезегінде мектеппен үздіксіз сабақтаса отырып тереңдетіле оқытылатын болады және болашақ

математика мұғалімінің қызметіне кәсіби-әдістемелік дайындығын қамтамасыз етеді;

- «Математикалық олимпиада есептерін шығару» пәні бойынша дәріс және практикалық сабақтарды ұйымдастыру формалары, студенттердің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыруға бағытталған мәселелік тапсырмалар мен олимпиадалық есептердің жүйесі ұсынылды. Мұндай сабақтарды ұйымдастыру пәнді меңгеру барысында алған теориялық білімін практикада қолдана білуге, білім алушылардың алған білімінің сапасын, тереңдігі мен беріктігін арттыруға, теориялық білімін болашақ кәсіби қызметінде қолдана алу дағдыларын қалыптастыруға бағытталатын оқу процесінің маңызды бөлігі болып табылады.

- болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын дамытуға арналған цифрлық технологиялардың мүмкіндіктері айқындалды, яғни ғылыми мақалаларды табуға және ұйымдастыруға Google Scholar, Scopus және EndNote сияқты цифрлық әдебиеттерді іздеу және басқару құралдары; курстар мен семинарларға қатысуға Coursera, Udemy және Khan Academy платформалары; зерттеу тақырыптарын талқылауға, нәтижелермен бөлісуге және кері байланыс алуға Reddit, Quora және ResearchGate бірлескен білім беру қауымдастықтары мен пікірталас форумдары; зерттеу тақырыптарын талқылауға, нәтижелермен бөлісуге және кері байланыс алуға Reddit, Quora және ResearchGate бірлескен білім беру қауымдастықтары мен пікірталас форумдары; ғылыми жобаларын сақтауға, ұйымдастыруға және көрсетуге Google Drive, OneDrive және Dropbox платформалары ұсынылып отыр;

- «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту барысында студенттердің зерттеушілік дағдыларын қалыптастырудың жүйесі және білім алушыларды олимпиадаға дайындаудың негізгі қағидалары айқындалды: дербестілік, белсенді білім, жетілдірілген қиындық деңгейі, өткен олимпиадалардың нәтижелерін талдау, жекелей көзқарас;

- ғылыми-әдістемелік еңбектерге сүйене отырып, математикалық олимпиадалық есептерді шығару тәсілдерін ғылыми әдістемелік бағыт, бағдар беретін төрт кезеңге бөліп қарастыру ұсынылды: есептің мазмұнымен танысу, есептің шешімін іздеу, есепті шығару, есептің жауабын тексеру;

- болашақ математика мұғалімін дайындауға арналған білім беру бағдарламасында қамтылған 1-4 курс студенттеріне «Аналитикалық геометрия», «Алгебра және сандар теориясы», «Математикалық талдау» және т.б. және кәсіби-әдістемелік пәндер: «Мамандыққа кіріспе», «Элементар математика», «Математикалық есептерді шығару практикумы» пәндері мазмұнына қиындығы жоғары есептерді кіріктіре отырып оқытуға олимпиадалық есептер және олардың шығаруға үйрету әдістемесі жасалды. Бұл болашақ математика мұғалімдерін олимпиадалық есептерді шығаруға дайындауға үлкен мүмкіндіктер береді;

- математика пәні мұғалімдері мен студенттерінің зерттеушілік дағдыларын дамытуға арналған олимпиаданың математикалық және әдістемелік бөлімінің тапсырмалары және олардың шешімдері, бағалау критерийлері ұсынылды;

- жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімдеріне «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту және математикалық пәндерді оқытуда олимпиадалық есептерді шығаруға үйрету бойынша ұсынылған әдістеменің педагогикалық тиімділігі эксперимент арқылы тексеріліп, нәтижелер шығарылды.

ҚОРЫТЫНДЫ

Математиканы оқытудың жетістігі, әрине, есептер шығару дағдысы мен әдістемесіне байланысты. Математиканы оқытудағы білім алушылардың біліктігі мен дағдылары математикалық аппаратты пайдаланып, есептерді шығару, дәлелдеу және оларға талдаулар жасай білу процесінде қалыптасады.

Олимпиадалық есептерді шығару біліктілігі − жоғары интелектуалдық дамудың деңгейлік көрсеткіші. Сондықтан олимпиадалық есептерді шығару процесі теориялық білімді практикада қолдану, есепті шығарудың әдістерін таңдап алу, оны жаңа есеп шығаруға пайдалану біліктерімен қатар шығармашылық қисынды ойлауды, есте сақтау, елестету, байқау және т.б сияқты қасиеттерін, зерттеушілік дағдыларын дамытады.

Зерттеушілік дағды – ол, белгілі бір шығармашылық іс-әрекеттермен математикалық білімді көрсету, математикалық амалдар мен іс-әрекеттер жасау, нәтижелерін түсіндіру, оны талдау және түрлендіру, математикалық қатынастарды мүшелеу, мәліметтерді (жағдайды) құрылымдау біліктігі.

Диссертациялық жұмысты орындау барысында біз, зерттеу мәселесіне қатысы бар деген ғылыми еңбектерге, болашақ математика мұғалімін даярлау мәселелеріне және жоғары оқу орындарында «6В01510 – Математика мұғалімін даярлау» білім беру бағдарламаларына талдаулар жасадық.

Жасалған талдаулардан болашақ математика мұғалімдеріне «Математикалық олимпиадалық есептерді шығару әдістемесі» пәнін оқыту әдістемесіне жете көңіл бөлінбейтіндігіне көз жеткіздік. Осы айтылған, зерттеу жұмысын орындау барысында жоғары оқу орындарында «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқыту әдістемесін жасау қажеттілігі туындады.

Зерттеу жұмысын орындау барысында болашақ математика мұғаліміне «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың әдістемелік жүйесі жасалды. Әдістемелік жүйені жасау барысында олимпиадалық есептердің құрылымы мен мазмұны және оны оқыту әдістері, оқыту формалары негізге алынды.

Болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдысын қалыптастыруға бағытталған әдістеме:

– шығармашылық қабілеті мен математикалық білімді көрсетуге;
– математиканың өмірдегі орнын түсіну мен білуге;
– әртүрлі формада берілген сандық ақпаратты оқу, талдау, математикалық амалдар мен іс-әрекеттерді орындауға;
– олимпиадалық есептерді шешудің ыңғайлы әдістерін білу мен қолдануға;
– стандартты емес есептерді шешуге;
– болашақ қызметінде оқушыларды математикалық олимпиадаларға дайындауға және өздеріде мұғалімдер арасындағы математикалық конкурстарға қатысуға, білімін өмірлік жағдаяттарда кездесетін түрлі мәселелерді шешуде еркін қолдануға мүмкіндік береді.

Сонымен біз жоғары оқу орындарында болашақ математика мұғалімін олимпиадалық есептерді шығаруға баулы негізінде кәсіби-әдістемелік дайындығын жетілдіруге арналған әдістемені жасадық.

Іргелі математикалық және әдістемелік пәндерді оқытуда олимпиадалық есептерді кіріктіре отырып шығаруға үйрету, «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнін оқытудың мазмұны мен әдістемесін ұсынып отырмыз.

Оқыту процесінде олимпиадалық есептердің классификациясы мен мазмұны және оны оқыту әдістері, оқыту формалары негізге алынды. Ол түлектерге болашақ кәсіби қызмет саласында және математика сабақтарында оқушыларды олимпиадалар мен конкурстарға даярлау барысында қолдануға мүмкіндік береді.

Болашақ математика мұғалімдерін даярлауды жетілдіру арқылы еліміздің болашағы, өскелең ұрпақты зерттеуге дағдыландыра отырып, шығармашылық қабілеттерін дамытуға мүмкіндік береміз.

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1 «Білімді ұлт» сапалы білім беру» ұлттық жобасын бекіту туралы» Қазақстан Республикасы Үкіметінің 2021 жылғы 12 қазандағы № 726 қаулысы. – Нұр-Сұлтан, 2021. https://adilet.zan.kz/kaz/docs/P2100000726 09.05.2022.

2 «Қазақстан Республикасында мектепке дейінгі, орта, техникалық және кәсіптік білім беруді дамытудың 2023-2029 жылдарға арналған тұжырымдамасын бекіту туралы» Қазақстан Республикасы Үкіметінің 2023 жылғы 28 наурыздағы № 249 қаулысы. – Астана, 2023. https://adilet.zan.kz/kaz/docs/P2300000249 05.07.2023.

3 «Қазақстан Республикасында жоғары білімді және ғылымды дамытудың 2023-2029 жылдарға арналған тұжырымдамасын бекіту туралы» Қазақстан Республикасы Үкіметінің 2023 жылғы 28 наурыздағы № 248 қаулысы. https://adilet.zan.kz/kaz/docs/P2300000248 05.07.2023.

4 «Мектепке дейінгі тәрбие мен оқытудың, бастауыш, негізгі орта, жалпы орта, техникалық және кәсіптік, орта білімнен кейінгі білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарттарын бекіту туралы» Қазақстан Республикасы Оқу-ағарту министрінің 2022 жылғы 3 тамыздағы № 348 бұйрығы (ҚР Оқу-ағарту министрінің 23.09.2022ж. №406 бұйрығымен өзгерістер енгізілген). https://adilet.zan.kz/kaz/docs/V2200029031 05.07.2023.

5 Әбілқасымова А.Е. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі: дидактикалық-әдістемелік негіздері. Оқу құралы. – Алматы: Мектеп, 2014. – 224 б.

6 Пойа Д. Математические открытие. – М.: Наука, 1979. – 449 с.

7 Балл Г.А. Основы теории задач (система основных понятий; психолого-педагогический аспект): автореф. дисс.... док. пед. наук: 13.00.02. – Москва, 1991. – 50 с.

8 Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. - М.: Педагогика, 1972. – 196 с.

9 Гурова Л.Л. Исследование мышления как решения задач: дис. ... док.психол. наук. - М., 1975. – 413 с.

10 Колягин Ю.М. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся средней школы: дисс. ...док.пед.наук:13.00.02. - Москва, 1977. - 398 с.

11 Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. - М.: Педагогика, 1987. – 208 с.

12 Крупич В.И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач: дисс. ...док.пед.наук:13.00.02. – Москва, 1992. – 395 с.

13 Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. - 3-е изд., дораб. - М.: Просвещение, 1999. – 192с.

14 Баймуханов Б.Б. Математика есептерін шығаруға үйрету. – Алматы: Мектеп, 1983.– 145 б.

15 Әбілқасымова А.Е., Тұяқов Е.А. Жалпы білім беретін мектепте математикалық есептерді шығаруды оқытудың әдістемелік негіздері. Оқу құралы. – Алматы, 2019. – 340 б.

16 Искакова Л.Т. Методическая система дифференцированных задач как условие контроля и учета результатов обучения математике в средней школе: автореф. ... док.пед.наук:13.00.02. – Алматы: КазНПУ, 2005. - 42 с.

17 Керимбеков М.А. Методика обучения решению математических задач учащихся основной школы в условиях дифференциации образовательного процесса: дисс. ...кан.пед.наук:13.00.02. – Шымкент, 2010. – 152 с.

18 Папышев А.А. Теоретико-методологические основы обучения учащихся решению математических задач в контексте деятельностного подхода: дисс. ... док.пед.наук:13.00.02. – Алматы, 2012. – 383 с.

19 Абылкасымова А.Е. Формирование познавательной самостоятельности студентов-математиков в системе методической подготовки в университете: дисс. ... док.пед.наук:13.00.02. – Алматы, 1995. – 291 с.

20 Рахымбек Д. Научно-методические основы подготовки будущих учителей математики к работе по совершенствованию логико-методологических знаний учащихся: дис. ...док.пед.наук: 13.00.02. – Алматы, 1998. – 336 с.

21 Есмұқан М.Е. Оқушылардың математикалық білімін қалыптастыруды және ойлау қабілетін дамытуды құрылымдайтын дидактикалық негіздері: дис. ...док. пед.наук. – Алматы: АГУ, 1999. – 208 с.

22 Кагазбаева А.К. Совершенствование профессионально-методической подготовки учителя математики в системе высшего педагогического образования: дис. ...док.пед.наук: 13.00.02. - Алматы: АГУ, 1999. – 324 с.

23 Баймадиева Г.А. Подготовка будущих учителей математики к развитию логического мышления учащихся: дис. ...кан. пед.наук: 13.00.02. – Алматы, 2001. – 153 с.

24 Мубараков А.М. Научно-методические основы преемственности обучения математике в системе непрерывного образования: дис. …док.пед.наук: 13.00.02. – Алматы: КАО, 2003. – 225 с.

25 Смагулов Е.Ж. Дидактические основы формирования математического мышления учащихся в системе непрерывного математического образования: дис. ...док. пед.наук:13.00.02. – Алматы: КазНПУ, 2009. – 285 с.

26 Буслаева И.И. Методика формирования готовности учащихся старших классов к решению нестандартных математических задач : дис. ...канд. пед. наук: 13.00.02. - М., 1996. - 217 с.

27 Афанасьев А.Н. Обучение учащихся 7-9 классов решению нестандартных задач по математике во внеурочное время: дисс. ...к.п.н: 13.00.02. – Новосибирск, 2006. – 160 с.

28 Митенева С.Ф. Нестандартные задачи по математике как средство развития творческих способностей учащихся : дис. ...канд. пед. наук: 13.00.02. - Вологда, 2005. – 204 с.

29. Алексеева Г.И. Из истории становления и развития математических олимпиад: Опыт и проблемы: дисс. ... к.п.н.: 13.00.01. - Якутск, 2002. - 144 с.

30 Қарабаев А.Қ. Жоғарғы сынып оқушыларын есептерді стандартты емес тәсілдермен шығаруға баулу: п.ғ.к. ... дисс.: 13.00.02. - Алматы, 2009. - 143 б.

31 Жумалиева Л.Д. Орта мектепте математикалық есептерді шығаруды оқытудың әдістемелік негіздері: Философия докторы (PhD) ...дисс.: 6D010900 – Математика. – Алматы, 2017. – 132 б.

32 Ардабаева А.К. Білім беру мазмұнын жаңарту жағдайында орта мектепте геометрия курсын оқытудың әдістемелік ерекшеліктері: Философия докторы (PhD) ... .дисс.: 6D010900 – Математика. – Алматы, 2023. – 213 б.

33 Алтынбеков Ш.Е., Аширбаев Н.К., Дуйсебаева П.С. Оқушыларды математикалық олимпиадаларға қатысуға дайындық жүйесі // Абай атындағы ҚазҰПУ Хабаршысы. «Педагогика ғылымдары» сериясы. – 2023. - №2 (78). – Б. 251-261.

34 Абылкасымова А.Е. Совершенствование методико-математической подготовки будущего учителя в условиях реализации обновленного содержания школьного образования // Известия Межд. казахско-турецкого университета им. Х.А.Ясави. Серия математика, физика, информатика. Туркестан, 2018. – Т.1. – №1(4). - С. 5-8.

35 Абылкасымова А.Е., Жумагулова З.А. О некоторых аспектах содержания математического образования в школе и педвузе // Наука и Школа. – Москва, 2016. – № 1. – С. 157-161.

36 Мордкович А.Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте: дисс. ...док.пед.наук: 13.00.02. – Москва, 1986. – 355 с.

37 Новик И.А. Формирование методической культуры учителя математики в пединституте: дис. ... док. пед. наук: 13.00.02. – Москва, 1990. – 317 с.

38 Стефанова Н.Л. Теоретические основы развития системы методической подготовки учителя математики в педагогическом вузе: дисс. ...док. пед.наук: 13.00.02. – Санкт-Петербург, 1996. – 366 с.

39 Иванов О.А. Интегративный принцип построения системы специальной математической и методической подготовки преподавателей профильных школ: дис. ... док.пед. наук: 13.00.02. - Санкт-Петербург. ун-т. - Москва, 1997. – 337 с.

40 Силаев Е.В. Теоретические основы методической подготовки будущего учителя к преподаванию школьного курса геометрии: дис. ...док.пед.наук: 13.00.02. - Москва, 1997. – 331 с.

41 Скиба М.А. Методика формирования готовности будущих учителей математики к отбору содержания в условиях дифференциации школ: дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – Алматы, 2001. – 141 с.

42 Тұяқов Е.А. Мектеп пен жоғары оқу орнындағы математика курсы мазмұнының сабақтастығы // Білім. Образование. - 2011. - № 5-6. - Б. 80-83.

43 Нурмухамедова Ж.М. Методическая система обучения курсу математического анализа в школе и педагогическом вузе: дисс. ...док. философ. (PhD): 6D010900. – Алматы, 2016. - 101 с.

44 Нурбаева Д.М. Методические особенности обучения курсу алгебры в школе и педагогическом вузе: дисс. ...док.философ.(PhD):6D010900 – Математика. – Алматы, 2018. – 150 с.

45 Абылкасымова А.Е. On special-methodical training of the future teachers of mathematics // ҚазҰПУ хабаршысы. «Физика-математика ғылымдары» сериясы. – Алматы: ҚазҰПУ, 2017. – С.5-7.

46 Абылкасымова А.Е. О профессионально-направленном обучении математике в высшей школе // Вестник КазНПУ имени Абая. Серия «Физико-математические науки». - Алматы, 2015. – №2 (50).

47 Абылкасымова А.Е. Актуальные проблемы обучения математике в школе и подготовки учителей в вузе в условиях обновления содержания школьного образования // Сборник материалов межд. научно-прак. конференции «Математическое образование: состояние, проблемы, перспективы». – Актобе: АРГУ им. К.Жубанова, 2019. – С. 8-13.

48 Абылкасымова А.Е. Подготовка учителей математики в Казахском национальном педагогическом университете в условиях обновления содержания школьного образования // Сборник материалов IV Межд. научной конференции «Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе». – Т.2. – Москва: МПГУ, 2018. – С. 8-13.

49 Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников. – М.: Педагогика, 1980. – 240 с.

50 Орысша-қазақша түсіндірме сөздік: Педагогика // Жалпы редакциясын басқарған э.ғ.д., профессор Е. Арын. - Павлодар: «ЭКО» ҒӨФ, 2006. - 482 б.

51 «Уикипедия» ашық энциклопедиясы. https://kk.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B0%D2%93%D0%B4%D1%8B 18.08.2023.

52 Жантану атауларының түсіндірме сөздігі. – Алматы: «Сөздік-Словарь», 2006. - 384 б.

53 Алтынбеков Ш.Е., Мырзабеков Т., Жетпісбаева Г. Жоғары сынып оқушыларының математика саласындағы зерттеу дағдыларын қалыптастырудың әдістемелік негіздері // «Қазақстан Республикасы ұлттық ғылым Академиясы» Хабаршысы. – 2023. - №4 (404). – Б. 218-233.

54 Краевский В.В., Лернер И.Я. Теоретические основы содержания общего среднего образования / Под ред. В.В.Краевского, И.Я.Лернера. – М.: Педагогика, 1983. – 352 с.

55 Давыдов В.В., Эльконин Д.Б. Избранные психологические труды. - М.: Педагогика, 1989. - 560 с.

56 Махмутов М.И. Избранные труды: в 7 т. Т.6 / сост. Д.М.Шакирова. - Казань: Магариф-Вакыт, 2016. - 375 с.

57 Пономарев Я.А. Перспективы развития психологии творчества // Психология творчества: школа Я. А. Пономарева. – М.: Институт психологии РАН, 2006. – С. 145-276.

58 Есполова Г.К. Жаңартылған білім беру мазмұнында бастауыш сынып оқушыларының зерттеушілік құзыреттілігін қалыптастыру: Философия докторы (PhD) ...дисс.: 6D010200 - Бастауыш оқыту педагогикасы мен әдістемесі. – Талдықорған, 2021. – 174 б.

59 Казарина Л.А. Формирование исследовательской компетентности учащихся профильных гуманитарных классов общеобразовательной школы. дисс. …канд. пед.наук: 13.00.01. - Томск, 2016. – 193 с.

60 Әбілқасымова А.Е. Студенттердің танымдық ізденімпаздығын қалыптастыру: Монография. – Алматы: Білім, 1994. – 192 б.

61 Исаева З.А. Формирование у студентов университета профессиональной готовности к организации исследовательской работы со школьниками. – Астана, 1989. – 173 с.

62 Таубаева Ш.Т. Научные основы формирования исследовательской культуры учителя общеобразовательных школ. – Астана, 2001. – 409 с.

63 Утешова М.А. Негізгі мектеп алгебрасын оқыту барысында деңгейлік тапсырмалар арқылы оқушылардың зерттеушілік қызметін дамыту әдістемесі: п.ғ.к. ... автореферaты: 13.00.02. – Алматы, 2010. – 24 б.

64 Заир-Бек Е.С., Соляников Ю.В. Технологии обучения научно-исследовательской деятельности как фактор качественной подготовки научных кадров в педагогическом университете. - СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И.Герцена, 2000. - С. 96-114.

65 Жексенбаев Ү.Б. Оқушылардың ғылыми-зерттеу жұмыстарын ұйымдастыру. - Астана: «РАДиАЛ» баспасы, 2005. - 32 б.

66 Аманбаева М.Б. Болашақ биолог мұғалімдердің зерттеушілік іс - әрекетін қалыптастыру әдістемесі: Философия докторы (PhD) ... .дисс.: 6D011300 - Биология. – Алматы, 2017. – 159 б.

67 Амелина Н.С. Учебно-исследовательская деятельность студентов педвуза (в процессе изучения дисциплин педагогического цикла): автореф. …канд.пед.наук: 13.00.02. – Киев, 1982. - 22 с.

68 Сартаева Н.Т. Бастауыш сынып оқушыларының зерттеушілік іс-әрекетін ұйымдастырудың өзектілігі // Молодой ученый. - 2017. - № 7.1 (141.1). - Б. 60-62.

69 Ахатаева Ұ.Б. Болашақ мамандарды бастауыш сынып оқушыларының зерттеушілік іс-әрекетін дамытуға даярлау: Философия докторы (PhD) ... .дисс.: 6D010200 - Бастауышта оқыту педагогикасы мен әдістемесі. – Алматы, 2021. – 173 б.

70 Бертон Р. Кларк. Система высшего образования: академическая организация в кросс-национальной перспективе. – Москва: Изд. дом Высшей школы экономики, 2011. – 360 с.

71 Поддьяков А.Н. Развитие исследовательской инициативности в детском возрасте: дисс. .. док.псих.наук: 19.00.07. – Москва, 2001. – 350 с.

72 Савенков А.И. Путь в неизведанное. Развитие исследовательских способностей учащихся. – Москва, 2005. – 203 с.

73 Bakhtin M.M. Art and answerability (M. Holquist, Ed.; V. Liapunov, Ed. & Transl.). - Austin: University of Texas Press, 1979. https://tr.wikipedia.org/wiki/Mihail_Bahtin. 18.08.2023.

74 Краевский В.В., Хуторской А.В. Основы обучения. Дидактика и методика : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. – 2-е изд., стер. – М. : Академия, 2008. – 352 с.

75 Обухов А.С. Исследовательская деятельность как способ формирования мировоззрения // Народное образование. - 1999. - №10. - С. 158-161.

76 Чикишева А.С. Исследовательская деятельность студента колледжа как фактор его личностно-профессионального становления: дис. …канд.пед.наук: 13.00.01. – Хабаровск, 2006. – 178 с.

77 Хуторской А.В. Современная дидактика. Учебное пособие. - М.: Высшая школа, 2007. - 639 с.

78 Кожухова М.Ю. Формирование исследовательских умений старшеклассников в научном обществе учащихся : автореф. дис. ...канд.пед. наук: 13.00.01. – Оренбург, 2004. – 22 с.

79 Кукар У.Ю. Развитие исследовательских умений старшеклассников в учреждении дополнительного образования: автореф. дис. ...канд.пед.наук: 13.00.01. – Магнитогорск, 2010. – 23 с.

80 Әбілқасымова А.Е., Көбесов А.К., Рахымбек Д., Кенеш Ә.С. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі. – Алматы: «Білім» баспасы, 1998. – 208 б.

81 Гусев В.А. Система исследовательских умений учащихся при решении школьных геометрических задач как основа функционирования ЕГЭ // Функциональные пространства. Дифференциальныео ператоры. Общая топология. Проблемы математического образования: Тез. докл. IV Междунар. конф., посв. 90-летию со дня рождения члена-корр. РАН, академика Европейской академии наук Л.Д. Кудрявцева. – М.: РУДН, 2013. – С. 518–522.

82 Гусев В.А. Теоретические основы обучения математике в средней школе: психология математического образования. – М.: Дрофа, 2010. – 473 с.

83 Далингер В.А. Поисково-исследовательская деятельность учащихся по математике: учебное пособие. – Омск: Омский государственный педагогический университет, 2005. – 456 с.

84 Новожилова Н.В. Интернет-ресурсы в исследовательской деятельности учителей и учащихся //Школьные технологии. - 2004. - № 4. – С.148-152.

85 Форкунова Л.В. Методика формирования исследовательской компетентности школьников в области приложения математики при взаимодействии школы и вуза: автореф. дис. ...канд.пед.наук: 13.00.02. – Архангельск, 2010. – 21 с.

86 Викол Б.А. Формирование элементов исследовательской деятельности при углубленном изучении математики: дисс. ... к.п.н.: 13.00.02. – Москва, 1977. – 240 с.

87 Дубицкая Л. В. Методическая система подготовки учителя к реализации педагогической интеграции в естественнонаучном образовании учащихся средней школы: автореф. дис. …док.пед.наук: 13.00.02. – Москва: МПГУ, 2016. – 42 с.

88 Сычкова Н.В. Формирование у будущих учителей умений исследовательской деятельности в условиях классического университета: автореф. дис. …док.пед. наук: 13.00.08. – Магнитогорск, 2002. – 43 с.

89 Середенко П.В. Формирование готовности будущих педагогов к обучению учащихся исследовательским умениям и навыкам: автореф. дис. …док. пед. наук: 13.00.08. − Москва, 2008. – 39 с.

90 Altynbekov S., Ashirbayev N., Torebek Y., Kerimbekov T. Formation of Research Skills of Future Teachers of Mathematics in Solving Olympiad Problems // Academic Journal of Interdisciplinary Studies. 2023. - Vol. 6 (12). - P. 335-346.

91 Демченкова Н.А. Проблемно-поисковые задачи как средство формирования исследовательских умений будущего учителя в курсе методики преподавания математики в педвузе: дис. ...к.п.н.:13.00.02. - Тольятти, 2000. – 203 с.

92 Саранцев Г.И. Формирование познавательной самостоятельности студентов педвузов в процессе изучения математических дисциплин и методики преподавания математики. – Саранск: Мордов.гос.пед.ин - т им. М.Е. Евсевьева, 1997. - 160 с.

93 Борчугова З.Г. О некоторых направлениях совершенствования профессионально-педагогической подготовки учителей математики // Научно-педагогические основы методической подготовки будущего учителя математики. – Л.: ЛГПИ, 1980. - С. 3-9.

94 Виноградова Л.В. Методика преподавания математики в средней школе. – Москва: Феникс, 2005. – 256 с.

95 Миршоев А.А. Формирование исследовательских компетенций у учащихся в процессе обучения алгебре в процессе обучения алгебре в 7-9 классах средней школы: дисс. ... к.п.н.: 13.00.02. – Худжанд, 2019. – 155 с.

96 Блум Б.С., Кратволь Д. Таксономия целей обучения. - Нью Йорк: Лонгман, 1956. – 13 с.

97 Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. - М.: Педагогика, 1989. - 190 с.

98 Байдовлетова К.Н., Рахимбердинова С.А. Математикалық олимпиадаға дайындық. – Семей, 2011. – 20 б.

99 Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике: учебное пособие для учащихся 7-11 классов. – Челябинск, 2004. – 449 с.

100 Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике: Задачи логического характера: кн. для учащихся 5–11 классов. - М.: Просвещение: Учеб. литература, 1996. - 160 с.

101 Колягин Ю.М. Учебные математические задания творческого характера // Роль и место задач в обучении математике / под ред. Ю.М. Колягина. - Вып.2. - М., 1973. - С. 5-19.

102 Дорофеев Г.В., Потапов М.К., Розов Н.Х. Пособие по математике для поступающих в вузы. – М.: Наука, 1968. – 640 с.

103 Балл Г.А. Теория учебных задач: психолого-педагогический аспект. - М.: Педагогика, 1990. – 184 с.

104 Кордемский Б.А. Очерки о математических задачах на смекалку. - М.: Госучпедгиз, 1958. - 116 с.

105 Столяр А.А. Как математика ум в порядок приводит. – Минск: Вышэйшая школа, 1991.– 207 с.

106 Эсаулов А.Ф. Психология решения задач. – М.: Издательство «Высшая школа», 1972. – 216 с.

107 Иванов О.А. Сто олимпиадных задач для старшеклассников - СПб.: Изд-во СПУ, 1994. - 36 с.

108 Чулков П.В. Математика. Школьные олимпиады: метод. пособие. 5ñ6 кл. - М.: Изд-во НЦ ЭНАС, 2007. - 88 с.

109 Рахмет Ш.Т., Касенов С.Е., Қалдан С.Қ., Ануар Ә.И. 5-6 сынып оқушыларына арналған стандартты емес есептер бойынша элективті курсты ұйымдастырудың ерекшеліктері // әл-Фараби атындағы ҚазҰУ Хабаршысы. Педагогикалық ғылымдар сериясы. 2022. - № 4 (73). –- С. 142-150.

110 Пойа Д. Как решать задачу: пособие для учителей /пер. с англ.; под ред. Ю.М.Гайдука. - М.: Учпедгиз, 1961. – 207 с.

111 Әжіғалиев О. Оқушылардың математикалық олимпиадалары //«Математика және Физика» ғылыми-әдістемелік журналы. 2002. - № 5-6. - Б. 31-34.

112 Сушков В.В. Олимпиадные задачи: важная особенность // Актуальные проблемы обучения в школах и вузах малых городов России: материалы региональной научно-практической конференции 3-4 декабря 2002 г.Коряжма. - Архангельск: Изд-во ПГУ, 2003. - С. 18-19.

113 Алтынбеков Ш.Е., Шияпов К.М., Уалиханова Б.С. Болашақ математика мұғалімінің зерттеу қабілетін дамытуда математикалық олимпиада есептерінің түрлері // Абай атындағы ҚазҰПУ Хабаршысы. «Физика-математика ғылымдары» сериясы. – Алматы, 2022. - №4(80). – Б. 132-137.

114 Фарков А.В. Олимпиадные задачи по математике и методы их решения. - М.: Народное образование, 2003. - 112 с.

115 Фарков А.В. Математические олимпиады: учеб.-метод. пособие. - М.: Владос, 2004. - 143 с.

116 Фарков А.В. Элементарная математика. Решение школьных олимпиадных задач: учеб. пособие. - Архангельск: Поморский университет, 2006. - 128 с.

117 Гордон В.О. Методы решения олимпиадных задач. Основы теории сравнений. Классические неравенства. - Чита: Поиск, 1998. - 100 с.

118 Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. – М.: МЦНМО, 2008. – 96 с.

119 Колмогоров А.Н. Математика – наука и профессия / сост. Г.А.Гальперин. – М.: Наука, 1988. - 288 с.

120 Агаханов Н.Х., Сергеева Т.Ф., Подлипский О.К. Теория и практика работы с математически одаренными детьми: монография – М.: Илекса, 2018. – 287 с.

121 Агаханов Н.Х. Научно-методическое обеспечение работы с математически одарёнными детьми в многоуровневой системе предметных олимпиад и конкурсов: дисс. ...д.п.н.: 13.00.02. – Елец, 2022. – 350 с.

122 Фарков А.В. Готовимся к олимпиадам по математике: Учебно-методическое пособие. – Москва: издат. «ЭКЗАМЕН», 2007. – 158 с.

123 Нұрпейісов Қ.Т. Математикалық олимпиадалар мектепте. – Аякөз, 2008. – 110 б.

124 Нешков К.И., Семушин А.Д. Функции задачи в обучении // Математика в школе. – 1971. – №3. – С. 3-4.

125 Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Обучение математике через задачи и обучение решению задач. – М.: Просвещение, 1977. – 267 с.

126 Далингер В.А., Пустовит Е.А. Роль и место задач в формировании учебно-исследовательской компетентности учащихся школы // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П.Астафьева. – Красноярск, 2012. - №2 (20). - С. 51-55.

127 Алтынбеков Ш.Е., Аширбаев Н.К., Бекболат М. Математикадан олимпиадалық тапсырмаларды шешуде оқушылардың зерттеушілік дағдысын қалыптастыру // Вестник университета Ясави. - Туркестан, 2022. - №2 (124). – Б. 221-232.

128 Пышкало А.М. Методическая система обучения геометрии в начальной школе. Авторский доклад по монографии «Методика обучения элементам геометрии а начальной школе», представленный на соиск. ...док.пед.наук: 13.00.02. - М.: АПН СССР, 1975. – 60 с.

129 Саранцев Г.И. Методология методики обучения математики. – Саранск: Тип. «Крас. ОКТ.», 2001. – 144 с.

130 Турганбаева Ж.Н. Мектеп білімінің жаңартылған мазмұнына сай ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистиканы оқытудың әдістемелік ерекшеліктері: 6D010900: док. PhD ... дис. – Түркістан, 2022. – 160 б.

131 Еркишева Ж.С. Орта мектеп оқушыларын мәтінді есептерді шығаруға үйрету арқылы қаржылық сауаттылығын қалыптастыру әдістемесі: 6D010900: док. PhD ... дис. – Түркістан, 2022. – 177 б.

132 Жаңабергенов Қ. Университеттерде болашақ физика мұғалімдеріне электроника негіздерінен білім берудің ғылыми-әдістемелік жүйесі: пед. ғыл. докт. ... дис.: 13.00.02. - Алматы, 2000. - 318 б.

133 Сатыбалдиев О.С. Болашақ мұғалімдер даярлайтын жоғары оқу орындарында математикалық анализ курсын оқытудың әдістемелік жүйесі: пед.ғыл. докт.... дисс.:13.00.02. – Алматы, 2003. – 303 б.

134 Садықов Т.С., Әбілқасымова А.Е. Қазіргі заманғы сабақ. Оқу процесін ұйымдастыру. – Алматы: Мектеп, 2004. – 218 б.

135 Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения. – М.: Педагогика, 1981. – 186 с.

136 Абдраимов Р.Т. Жоғары сынып оқушыларына физика курсындағы электр және магнетизмді бейінді оқытудың әдістемесі: философ.док.(PhD) . ...дисс.: 6D011000-Физика. – Түркістан, 2023. – 200 б.

137 Абылкасымова А.Е., Кудакова Р.В., Сахно К.Л. Курс высшей математики с применением опорных сигналов: Учебное пособие. - Алматы: КазГУ, 1989. – 101 с.

138 Щукина Н.В. Информационная схема как средство управления учебно-познавательной деятельностью студентов // «Математика и информатика: наука и образование»: Межвузовский сборник научных трудов: ежегодник. – Вып.4. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2004. – С. 133-137.

139 William G. Huitt. Maslow's Hierarchy of Needs (англ.). Educational Psychology Interactive. - 2007. https://edpsycinteractive.org/topics/conation/maslow.html. 21.08.2023.

141 Абрахам Маслоу. Мотивация и личность: Пер. с англ. А.М.Татлыбаевой. – СПб.: Евразия, 1999. – 478 с.

142 Платонов К.К., Голубев Г.Р. Психология. – М., 1977. – С. 195-196.

143 Далингер В.А. Совершенствование процесса обучения математике на основе целенаправленной реализации внутрипредметных связей. – Омск: Изд-во ИПКРО, 1993. – 323 с.

144 Батырбек Қ. Математикалық индукция әдісі. Оқу-әдістемелік құралы. – Көкшетау: Ш.Уәлиханов атындағы КМУ, 2019. – 132 б.

145 Altynbekov Sh., Urmatova A., Jumagalieva A. Formation of research skills of future teachers of mathematics using the system of problem-search tasks //Абай атындағы ҚазҰПУ-нің Хабаршысы. «Физика-математика ғылымдары» сериясы. - №4(80). -2023. – Б. 226-237.

146 Кушнир И. Векторные методы решения задач. – М., 1994. – 107 с.

147 Туканаев Т.Д., Табарак А. Кейбір стандартты емес есептерді шешуде векторлық әдісті қолдану // «Шоқан тағылымы-16» атты Халықаралық ғылыми-практикалық конференция материалдары. – Көкшетау, 2012. – 290 б.

148 Қарабаев А.Қ. Оқушылардың ой-өрісін дамытуға ықпал жасайтын стандарт емес кейбір есептер: Мектеп мұғалімдері мен жоғары сынып оқушыларына арналған оқу-әдістемелік құрал. – Жезқазған: Жезқазған унив. баспа кабинеті, 1998. – 62 б.

149 Колесникова С.И. Задачи с параметром. Математика. – 2-ое издание. – М.: ООО «Азбука-2000», 2014. – 116 с.

150 Садықов Ж.С., Садықова К.Ж., Әбдікенова К.Ж., Дауытова Ж.Қ. Үшбұрыштар әлеміне саяхат: оқу құралы. – Алматы: Қазақ университеті, 2018. – 106 б.

151 Прасолов В.В. Задачи по планиметрии – М.: Наука, 1991. – Ч.2. – 240 с.

152 Ильясов М.Н. Сборник избранных задач математических олимпиад школьников. Учебное пособие. – Павлодар: ПГПИ, 2009. – 182 с.

153 Altynbekov Sh., Abdualiyeva M., Ashirbayev N., Torebek Y., Abzhapbarov A., Ashirbayeva Zh.. New trends in research skills development of future teachers: quantitative approach and empirical studies // International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE). April 2024. - Vol.13, № 2. - P. 1021-1034. ISSN: 2252-8822.

154 Безумова О.Л., Овчинникова Р.П., Троицкая О.Н. и др. Обучение геометрии с использованием возможностей GeoGebra: учебно-методическое пособие / отв.ред. О.Л. Безумова. - Архангельск: КИРА, 2011. – 140 с.

155 Алтынбеков Ш.Е., Қанжигитова Г. Математикадан олимпиадалық есептерді шығару. Оқу құралы. – Шымкент: М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті, 2023. – 250 б.

156 Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. - М.: Наука, 1975. - 464 с.

157 Эрдниев П.М. Преподавание математики в школе (Из опыта обучения методом укрупненных упражнений). – М.: Просвещение, 1978. – 304 с.

158 Василевский А.Б. Обучение решению задач по математике: Учеб.пособие для пед.институтов. − Минск.:Выс.школа, 1988. – 255 с.

159 Крупич В.И. Теоретические основы обучения решению математических задач. – М.: Просвещение, 1992. – 278 с.

160 Оразбаев Б.М. Сандар теориясы. – Алматы: «Мектеп» баспасы, 1970. – 201 б.

161 Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. – Москва: Издательство МЦНМО, 2004. – 559 с.

162 Панченко М.Е. Нестандартные задачи по математике: сборник задач. – Усинск: Усинск, 2009. – 45 с.

163 Ильясов М.Н. Нестандартные задачи математического анализа. Учебно-методическое пособие. - Павлодар: ПГПИ, 2006. - 68 с.

164 Ильясов М.Н. Павлодарские олимпиады школьников по математике XXI. – Павлодар: Ертіс Дарыны, 2010. – 300 с.

165 Ильясов М.Н. Павлодарские олимпиады школьников по математике XXI: учебное пособие. – Павлодар: ПГПИ, 2011. – 166 с.

166 Aleksandr Y. Lipovtcev. Педагогическая статистика version 1.0.0 программа для анализа данных, полученных в результате педагогических исследований с использованием статистических критериев Крамера-Уэлча, Вилкоксона-Манна-Уитни, Хи-квадрат и Фишера. - М., 2004. – 342 с.

167 Қосанов Б.М. Педагогикалық эксперимент нәтижелерін өңдеудің математикалық әдістері: оқу құралы. - Алматы: ТОО Лантар Трейд, 2021. – 216 б.

ҚОСЫМША А

Ф. 7.03-07

М.ӘУЕЗОВ АТЫНДАҒЫ ОҢТҮСТІК ҚАЗАҚСТАН УНИВЕРСИТЕТІ

AUEZOV UNIVERSITY 1943

Коммерциялық емес акционерлік қоғам

«М.ӘУЕЗОВ атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті»

«БЕКІТЕМІН»
М.Әуезов атындағы ОҚУ
Оқу және ОӘЖ жөніндегі
проректоры Абишева Р.Д.
«29»12.2021 ж.
ums 002455

Жоғары оқу орны

6В01510 (6В05410) – «Математика» БББ-сы бойынша білім алушылар үшін

«Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» пәнінің

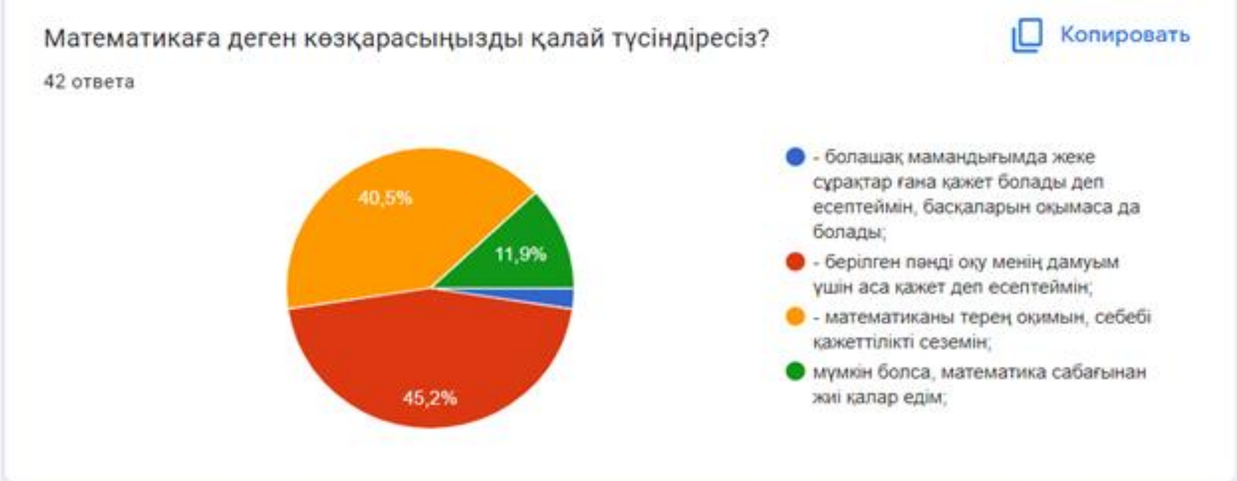
ОҚУ БАҒДАРЛАМАСЫ

Кредит саны - 4

Шымкент, 2022 ж.

ҚОСЫМША Ә

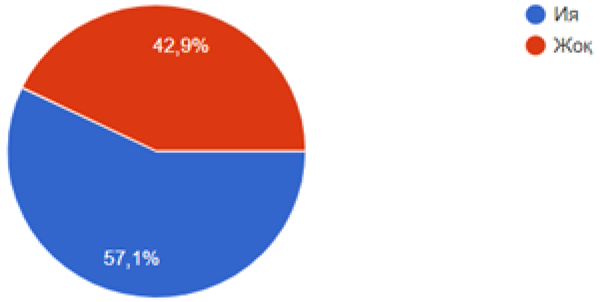
Студенттерге арналған сауалнама және оның нәтижелері



Алгебра және аланиз бастамаларының тек жеке тараулары ғана болашақ өмірде қажет деп ойлайсыз ба?

Копировать

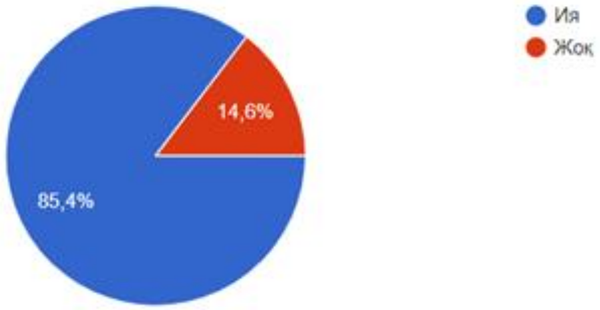
42 ответа



Болашақ мамандығыңыз үшін алгебра және анализ бастамалары пәнінен терең білім қажет болады ма, қалай ойлайсыз?

Копировать

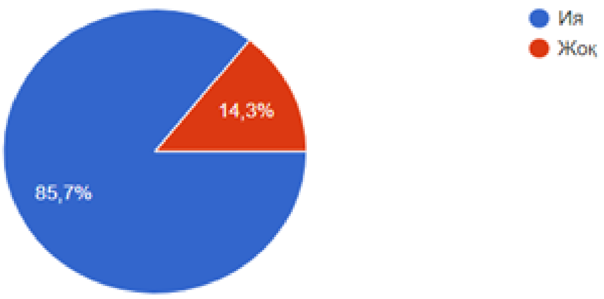
41 ответ



Алгебра пәні бойынша алынған білім адамзатқа қолайлы жағдай жасауға қажет деп санайсыз ба?

Копировать

42 ответа



Оқушыға математиканы оқытуда маңызды болатын дағдылар қандай?

25 ответов

Түсіндіру

Математика адамға барлық жағынан көмек береді

Жай,асықпай ұқыппен түсіндіру.Кез келген есептерді оңай жолмен түсіндіру.

Бірінші деңгей - репродуктивті (төмен). Оқушылар есепті мұғалімнің басқаруымен ғана шығара алады; Екінші деңгей - ішінара іздену (орта). Оқушылар есепті таныс жағдайлар үшін ғана шығара алады; Үшінші деңгей - шығармашылық - зерттеушілік (жоғары). Оқушылар есепті жаңа таныс емес жағдайларда шығара алады.

логикалық пайымдау, дәлелдеулер жүргізу

Ойлау қабілеті

Математика көп салалы пән, сондықтан математиканы оқысаң жан жақты хабардар болады

Кез-келген жағдайда қажет болатындықтан маңызды деп ойлаймын

Оқушыларға математиканы оқыту принципін сипаттаңыз?

23 ответа

Түсініп оқу және ұқыпты болу

Біріншіден ұстазда ізденіс болу керек, екіншіден өз шәкірттерін математикаға деген талпынысын оята білу қажет.Ары қарай ұстаз бен шәкірті тез тіл табыса алады. Міне ары қарай оқушының да математикаға деген құлшынысы көбейіп ізденісі, талпынысы оянады.

1.Оқушылардың бізді қоршаған ақиқат болмысты танып білудің математикалық әдістерін игеруіне жәрдемдесу; 2.Оқушыларды ауызша және жазбаша математика тіліне үйрету (қарапайым, анықтық, қысқа да нұсқалық, толықтық); 3.Оқушыларды математика бойынша алған білім дағдыларын оқу және өз бетімен білім алу барысында белсенді түрде пайдалана білуге үйрету;

дидактикалық принциптер

Математика керек қой

Математика адам миын тез жұмыс істетеді

Оқушылардың жасына оқу материалы мазмұнының ерекшеліктерінесайкес курсты оқытудың

Олимпиада есептерін шығару барысында қандай қиындық туындайды?

20 ответов

Математиканың кейбір тарауларының білмеуі. Есеп шығарда соңында неге алып келу керектігін білмеу

есептерді түсінбей

Қиын жолдармен шығару

Білсеңіз ешқандай есепті қиынға түспейді деп ойлаймын.Олимпиадаға қатысатын кез келген студентті білікті мамандар дайындағандықтан солай ойлаймын.

Тапсырманың берілудегі сөздердің дұрыс жеткізмелуі

Уақыт

Адамның логикалық ойлау тұрғысында қиындық болуы мүмкін

Концентрация

Мұғалім қандай қасиеттерге ие болуы керек?

26 ответов

Жауапкершілік, түсіністік

Ұқыпты, білімді, сабырлы, жүйрік, шапшаң

Отвественность, тактичность, коммуникабельность, понимающий, умеющий требовать

Көп

Сабырлы

Түсіністік,сабырлық,ұқыптылық

Түсіністік, ұқыптылық, сабырлылық.

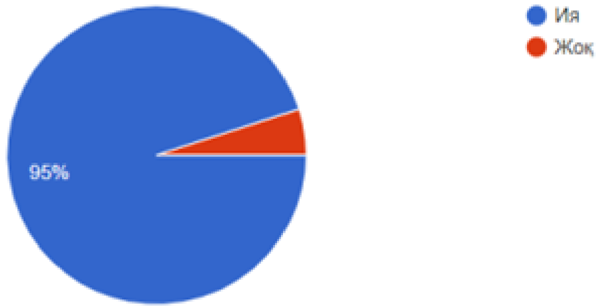
Біліктілік

Мәдениетті, ұстамды,

Олимпиада есептерін шығаруға алгебра және анализ бастамаларын оқу маңызды деп ойлайсыз ба?

Копировать

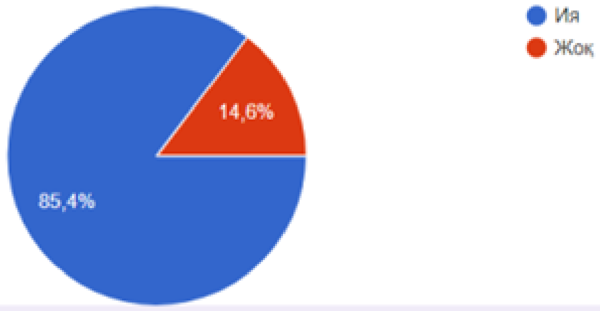
40 ответов



Логикалық есептерді қалай шығаруға болатындығын білесіз бе?

Копировать

41 ответ

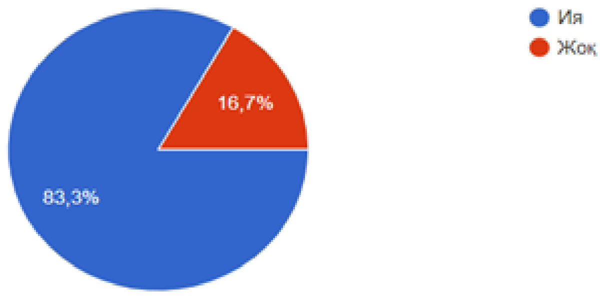


Сабақта қандай жұмыс сізге ұнайды? Копировать

42 ответа

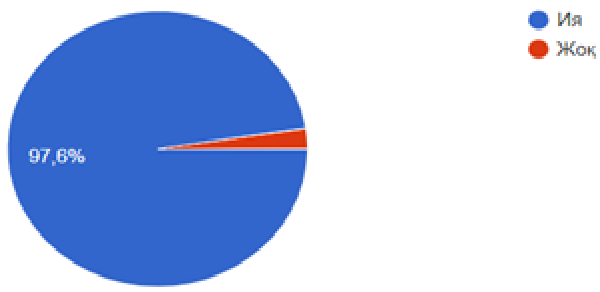
Теория, есеп шығару немесе гипотеза жасауда, қиындыққа тап болғанда, Сіз бастаған ісіңізді соңына дейін жеткізесіз бе? Копировать

42 ответа



Жаңа материалды оқуда Сіз қосымша ақпарат көздеріне (кітап, ғылыми журналдар және т.б.) сүйенесіз бе? Копировать

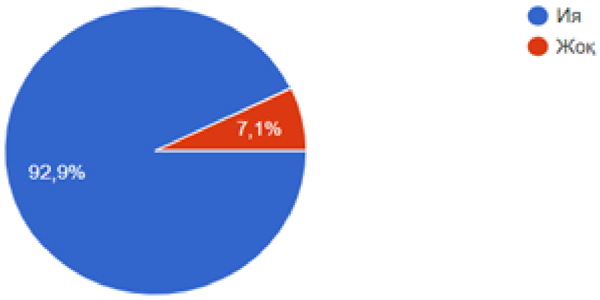
41 ответ



Математика бойынша сабақ барысында талқыланған сұрақтарды, Сіз: қоңырауда, үйде, келесі күні қарастыруды жалғастырасыз ба?

Копировать

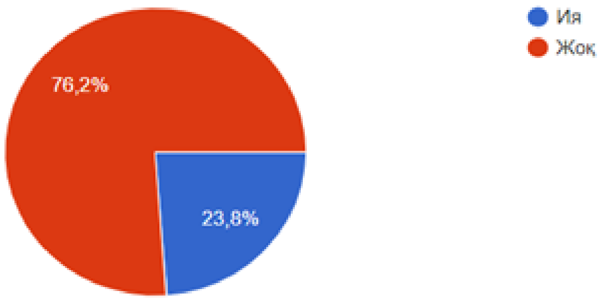
42 ответа



Үй жұмысын жолдастарыңыздан жиі көшіріп аласыз ба?

Копировать

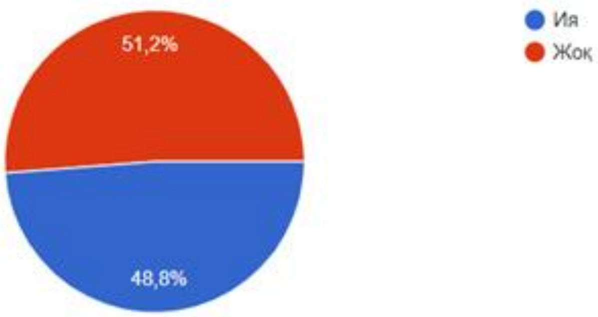
42 ответа



Сіз, ұзақ ойлану мен қалай, неден бастау керек екенін білмейтін тапсырмаларды алуды ұнатасыз ба?

Копировать

41 ответ



ҚОСЫМША Б

№1 аралық бақылауға арналған тапсырмалар

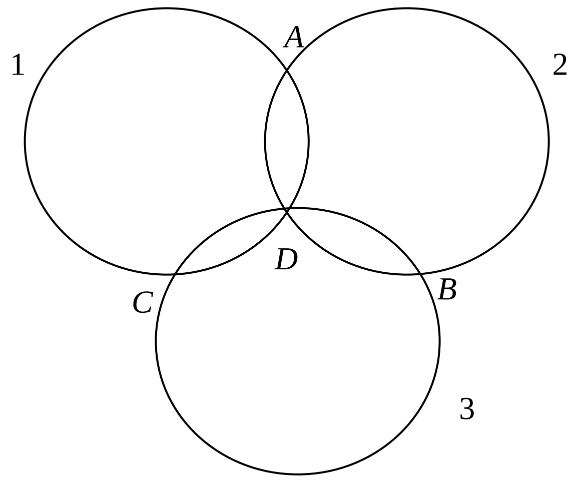
№1. a, b, c сандары келесідей берілген, ондағы $a \neq 0$ нөлге тең емес, сонымен қатар $a + b + c + \frac{2022}{c} = 0$. $ax^2 + bx + c = 0$ теңдеуінің екі түбірі болатынын дәлелдеңдер.

№2. Кез-келген натурал сан үшін n - нен аспайтын үлкенірек жай санды a_n арқылы белгілейміз. $a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + \cdots + a_{10000}$ қосындысын табыңдар.

№3. Шахерезада султанға 1001 түн уақыт ішінде ертегілер айтып жүрді. Бастапқыда ол оған әр түнде 27 ертегіден айтып жүрді, сосын жалқауланып, қандай да бір уақыттарда түніне14 ертегіден айтты, ал соңғы бірнеше түндерде бар жоғы 1 ертегіден ғана айтты. Сұлтанға айтылған ертегілердің жалпы саны – екі санының натурал дәрежесі болуы мүмкін бе?

№4. Теңдеулер жүйесін шешіңдер: $\begin{cases} x + y^2 = z^3 \\ x^2 + y^3 = z^4 \\ x^3 + y^4 = z^5 \end{cases}.$

№5. Радиустары бірдей үш шеңбер *D* нүктесінде төмендегі суретте көрсетілгендей қиылысады; *A* – бірінші және екінші шеңберлердің қиылысу нүктесі, *B* – екінші мен үшінші шеңберлердің қиылысу нүктесі, *C* – үшінші мен бірінші шеңберлердің қиылысу нүктесі. *AD, BD* және *CD* доғаларының градустық өлшемдерінің қосындысы 180^0-қа тең екенін дәлелдеңдер.



№2 аралық бақылауға арналған тапсырмалар

№1. Теңдеуді шешіңдер: $\sin^{20} x \cdot \cos^{24} x = 0{,}0001.$

№2. Теңдеулер жүйесін шешіңдер: $\begin{cases} 8x^3z - y^3z = 4y^2 - x^2, \\ 9xz - 5y = \dfrac{30}{xyz}, \\ 2x - y = \dfrac{2}{z}. \end{cases}$

№3. Егер $x + \frac{1}{x} = 2$ болғанда, $x^7 + \frac{1}{x^7}$ өрнегінің мәні неге тең болады?

№4. Теңбүйірлі үшбұрыштың табанына түсірілген биіктігі 12-ге, ал оған іштей және сырттай сызылған шеңберлердің радустарының қосындысы $\frac{83}{8}$-ге тең. Үшбұрыштың қабырғаларын табыңдар.

ҚОСЫМША В

Оқу процесіне енгізу актілері

Ф.7.07-14

Келісілді:
ҒЖ және И проректоры
__________У.С.Сулейменов
(Т.А.Ә., қолы)
«22» 05 2023 ж.

Бекітемін
Бірінші проректор
__________К.Е.Нұрмаханбетов
(Т.А.Ә., қолы)
«__» ______ 202_ ж.

АКТІ №2
28.11.23 ж.

п.ғ.к., доцент Н.К.Мадияровтың жетекшілігімен мемлекеттік бюджеттік **Б-21-10-01- «Математикалық білім берудің өзекті мәселелері»** тақырыбы негізінде орындалған «Математикадан олимпиадалық есептер шығару» (жоғары оқу орындарының 6В01510- математика білім беру бағдарламасына(бакалавриат) арналған) оқу құралы.

Осы акт 2023 ж. «Математика» кафедрасында орындалған Ш.Е.Алтынбековтың ҒЗЖ нәтижелері бойынша жасалды, атап айтқанда дайындалған оқу құралында болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын олимпиадалық есептерді шығару негізінде әдістемелік жүйесін қалыптастыру, болашақ математика мұғалімдерінің әдіснамалық білімдерін жетілдіру мәселелері қарастырылған.

6В01510- математика білім беру бағдарламасына(бакалавриат) арналған Ш.Е.Алтынбековтың «Математикадан олимпиадалық есептер шығару» оқу құралының нәтижесінде 6В01510- математика білім беру бағдарламасының(бакалавриат) білім алушыларына арналған «Математикадан олимпиадалық есептер шығару» пәні бойынша оқу үдерісіне енгізілді.

Дәріс сабақтарына:

- Болашақ математика мұғалімдерінің әдістемелік-теориялық білімдерін жетілдіру;

-Олимпиадалық есептерді шығарудың әдіс-тәсілдері арқылы болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру;

Практикалық сабақ:

- Болашақ математика мұғалімдерінің әдістемелік дайындығын жетілдіру;

- Оқу үдерісінде педагогикалық технологияларды қолдану;

- Болашақ математика мұғалімдерінің шығармашылық қабілеттерін дамыту.

Ғылыми - әдістемелік жарияланымдар тізімі:

Болашақ математика мұғалімінің зерттеу қабілетін дамытуда математикалық олимпиада есептерінің түрлері // Абай атындағы ҚазҰПУ-нің Хабаршысы, «Физика-математика ғылымдары» сериясы, 2022, №4(80), - Б. 132-137.

Тақырыптың ғылыми жетекшісі
Мадияров Н.К.________________
(Т.А.Ә., қолы)

АМЖД директоры
Наукенова А.С.________________
(Т.А.Ә., қолы)

Ғылыми қызметті үйлестіру бөлімінің басшысы
Серкебаев М.К.________________
(Т.А.Ә., қолы)

АҒД директоры
Назарбек У.Б.________________
(Т.А.Ә., қолы)

«Бекітемін»
Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік
педагогикалық университетінің
Ғылыми істер және инновациялар
жөніндегі проректор м.а.
Уалиханова Б.С.
29.05 2023ж.

ЕНДІРУ АКТІСІ

Бұл ендіру актісі, М.Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан Университетінің PhD докторанты Ш.Е.Алтынбековтың **«Олимпиадалық есептерді шығару негізінде болашақ математика мұғалімдерінің зерттеушілік дағдыларын қалыптастыру»** тақырыбындағы зерттеу жұмысы, Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік педагогикалық университеті, «Физика-математика» факультеті, «Математика» кафедрасына қарасты 6В010510-«Математика» мамандығына 2020-2021, 2021-2022, 2022-2023 оқу жылдарының екінші жартысында (VI-семестрінде), нақтылап айтқанда Жеке білім траекториясының (ЖБТ) модульдері таңдау компонентіндегі (ТК) «Математикадан олимпиадалық есептерді шығару» таңдау курсына білім беру үдерісінде енгізілгендігін және студенттер арасында эксперимент жұмыстарын жүргізгендігін растайды.

«Математика» кафедрасының
менгерушісі, п.ғ.к. Жетпісбаева Г.О.

Факультет деканы,
п.ғ.к., доцент Ибашова А.Б.